



دیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: کلاس: یازدهم ریاضی موضوع امتحان: آمار و احتمال نام دبیر: امیر ناصری

۱- گزاره یا گزاره نبودن گزاره‌های زیر را مشخص کنید. (۰.۵)

الف) آیا $3+2=5$ است؟ **گزاره نیست**

ب) هر مربع یک لوزی است. **گزاره است.**

۲- ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید. (۱)

الف) $3=4 \Rightarrow 2^2=5$ **درست**

ب) اگر ۲ فرد باشد اگر و تنها اگر $5 > 3$ **نادرست**

ج) هر لوزی یک متوازی الاضلاع است. **درست**

د) عدد ۲ اول است یا ۳ مربع کامل است. **درست.**

۳- مفاهیم زیر را تعریف کنید. (۱.۵)

الف) به انتهای مقدم: **کلیت ترکیبی که از مقدم نادرست باشد بدین توجه به ارزش تالی جواب درست است.**

ب) افراز: **از مجموعه A یک مجموعه غیر تهی باشد توهم A به زیرمجموعه $A_1, A_2, \dots, A_n$ افراز شده هر:**

۱- هیچ یک از مجموعه‌ها تهی نباشد. ۲- اشتراک هر دو زیرمجموعه متناهی تهی باشد. ۳- اجتماع تمام زیرمجموعه‌ها برابر مجموعه اولی باشد.

ج) گزاره: **یک جمله خبری است که ارزش آن یا درست یا نادرست می باشد.**

جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. (۲)

الف) هر جمله خبری که دارای یک یا چند متغیر است و با جایگذاری مقادیری به جای متغیر به یک گزاره تبدیل شود، **گزاره نامیده می شود.**

ب) تعداد سطر $p \vee q \vee r$ گزاره‌ی مرکب برابر است. **$2^3=8$**

ج) تعیین تعداد دانش آموزان علاقه‌مند به گیم در یک کلاس در حیطه علم **آمار** است.

د) به هریک از اعضای فضای نمونه **جبرامه** می گویند و اگر پیشامدها باهم اشتراک نداشته باشند آنها را **پیشامدهای نامند.**

۵- هم ارزی زیر را با جدول ارزش اثبات کنید. (۱.۵)

$$(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
د	د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	ن
ن	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د	د

هم ارزی منطقی اند

۶- ارزش گزاره سوری زیر را تعیین کنید و سپس نقیض آنرا بنویسید. (۱.۵)

$$(\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 + 1 \neq 0) \wedge (\exists y \in \mathbb{R}, (y-1)^2 = 2)$$

درست است.

$$\sim \Rightarrow (\exists x \in \mathbb{Z}; x^2 + 1 = 0) \vee (\forall y \in \mathbb{R}; (y-1)^2 \neq 2)$$

۷- اگر دو عضو از مجموعه A کم کنیم به تعداد ۳۸۴ عضو از زیر مجموعه های آن کم می شود حساب کنید مجموعه A چند

$$\begin{aligned} 2^n - 2^{n-2} &= 384 \\ \rightarrow 2^{n-2}(2-1) &= 384 \\ 2^{n-2} \times 1 &= 384 \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} 2^{n-2} &= 128 = 2^7 \quad (1.5) \\ n-2 &= 7 \rightarrow \underline{n=9} \end{aligned} \right.$$

۸- اگر A, B, C, D چهار مجموعه با مرجع U باشند در این صورت به روش عضوگیری نشان دهید اگر $A \subseteq B, C \subseteq D$ آنگاه

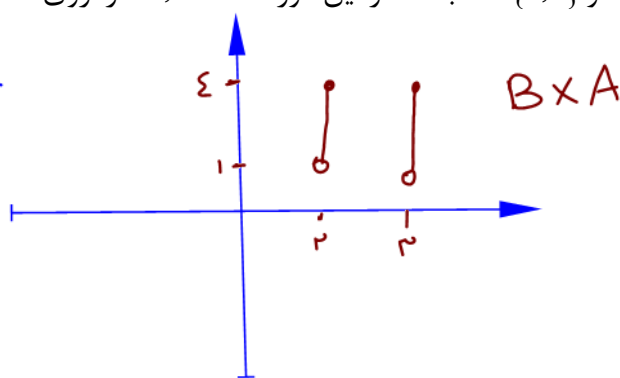
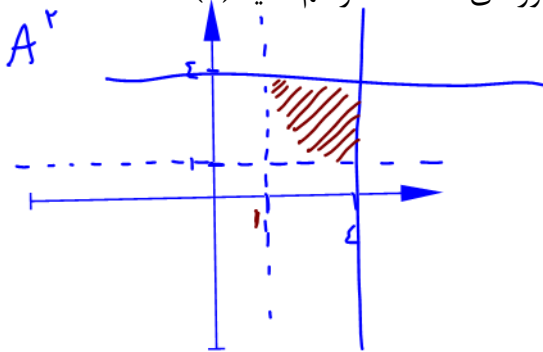
$$\begin{aligned} x \in (A \cup C) &\rightarrow (x \in A \vee x \in C) \xrightarrow[A \subseteq B]{C \subseteq D} (x \in B \vee x \in D) \quad (1.5). A \cup C \subseteq B \cup D \\ &\rightarrow x \in (B \cup D) \rightarrow A \cup C \subseteq B \cup D \quad \checkmark \end{aligned}$$

۹- به کمک جبر مجموعه‌ها حکم زیر را اثبات کنید. (۱.۵)

$$A' - B' = B - A$$

$$A' - B' \stackrel{\text{تساوی}}{=} A' \cap B \stackrel{\text{جایگاه}}{=} B \cap A' \stackrel{\text{تساوی}}{=} B - A$$

۱۰- اگر $A = (1, 4]$ و $B = \{2, 3\}$ باشد در این صورت $A^2, B \times A$ را روی محورهای مختصات رسم کنید. (۲)



۱۱- تفاوت علم آمار و علم احتمال را بگویید و برای هر کدام از مثال بزنید. (۱.۵)

آمار علمی است که با استفاده از نمونه‌های جمع‌آوری شده به دنبال کشف قوانین کلی است.
علم احتمال، بر مبنای نمونه‌های معلوم از یک جامعه معلوم می‌باشد. به احتمال زدن در برابر تاس.

۱۲- برای دو پیشامد دلخواه A, B به طوری که $B \subseteq A$ هر یک از موارد زیر را اثبات کنید. (۲)

$$1) P(A - B) = P(A) - P(B) \rightarrow P(A - B) = P(A) - P(\underbrace{A \cap B}_B) \xrightarrow{B \subseteq A} P(A) - P(B)$$

$$2) P(B) \leq P(A)$$

$$n(B) \leq n(A) \xrightarrow{\div n(S)} \frac{n(B)}{n(S)} \leq \frac{n(A)}{n(S)} \rightarrow P(B) \leq P(A)$$

۱۳- هریک از اعداد طبیعی ۱۱ تا ۱۰۰ را روی کارتهایی می نویسیم و از میان آنها یک کارت را استخراج می کنیم با کدام احتمال کارت انتخابی: (۲)

$$S = \{11, 12, \dots, 100\}$$

$$n(S) = 90$$

الف) مضرب ۳ یا مضرب ۵ است.

ب) بر ۳ بخش پذیر باشد ولی بر ۵ بخش پذیر نباشد.

$$n(A) = \frac{99-12}{3} + 1 = 30$$

$$n(A \cap B) = \frac{90-15}{15} + 1 = 7$$

$$n(B) = \frac{100-10}{5} + 1 = 19$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{30}{90} + \frac{19}{90} - \frac{7}{90} = \frac{42}{90}$$

$$\text{ب) } P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \rightarrow P(A - B) = \frac{30}{90} - \frac{7}{90} = \frac{23}{90}$$

صورت به زیر

۱۴۰۳، ۱۱، ۶

نام و نام خانوادگی مصمم:

نام و نام خانوادگی تجدید نظر کننده:

نمره ورقه به عدد:

محل امضا

محل امضا

نمره ورقه به حرف: