

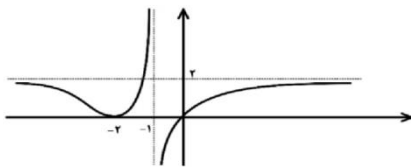


دیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: کلاس: دوازدهم ریاضی موضوع امتحان: نوبت اول حسابان (۲) نام دبیر: تقی زاده

ردیف	سوالات	بارم
۱	درستی یا نادرستی هریک از عبارات زیر را تعیین کنید. (الف) تابعی وجود ندارد که هم صعودی باشد و هم نزولی. <i>غلط</i> (ب) تابع $f(x) = 2x(x^2 - 3x^2)$، تابع چندجمله‌ای از درجه ۴ است. <i>غلط</i> (پ) تابع تنازانت در دامنه‌اش غیریکنوا است. <i>صحیح</i> (ت) تابع $f(x) = 1$ با دامنه $\mathbb{R}$، مجانب افقی ندارد. <i>غلط</i>	۱
۲	در جاهای خالی اعداد یا عبارات مناسب بنویسید. (الف) نمودار $f(-x)$ قرینه $f(x)$ است نسبت به محور <i>y</i>..... (ب) در بازه $(0, 1)$ نمودار $y = x^2$ نسبت به نمودار $y = x^2$..... قرار می‌گیرد. (پ) دوره تناوب تابع $y = 5 \tan x$ برابر است با <i>.....</i> (ت) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan x = \dots$ <i>.....</i>	۱
۳	(الف) دامنه تابع $y = f(x)$ عبارت است از $[-1, 2)$، دامنه تابع $y = \frac{1}{3}f(4x) + 2$ را بیابید. <i>..... $D = [-1, 2) \rightarrow D_{جدید} = [-\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ طول فاصله $\frac{1}{4}$ برابر شود</i> (ب) تابع $y = x^2 - 3$ را ۱ واحد به چپ می‌بریم و سپس ۴ واحد به بالا می‌بریم و در راستای محور y با ضریب ۲ منبسط می‌کنیم تا تابع $f(x)$ به دست آید. ضابطه تابع $f(x)$ را بیابید. <i>..... $y = x^2 - 3 \Rightarrow y = (x+1)^2 - 3 \Rightarrow y = (x+1)^2 + 1 \Rightarrow y = 2(x+1)^2 + 2$</i>	۱/۲۵
۴	نمودار تابع $f(x) = (x-1)^2 + 1$ را رسم کرده و دامنه و برد بیابید. <i>..... $D = \mathbb{R}$ $R = \mathbb{R}$</i>	۱/۲۵
۵	نمودار تابع زیر را رسم کنید و بازه‌هایی را که در آنها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است را مشخص کنید. $f(x) = \begin{cases} -2x-3 & x < -4 \\ 3 & -4 \leq x < 2 \\ 3x-2 & x \geq 2 \end{cases}$ <i>..... $[-4, +\infty)$ صعودی $(-\infty, 2)$ نزولی $[-4, 2)$ ثابت</i>	۱

۶	الف) فرض کنید تابع f در یک بازه اکیداً نزولی باشد و a و b متعلق به این بازه باشند. اگر $f(a) \leq f(b)$ نشان دهید که $a \geq b$ ب) اگر $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2} \leq \frac{1}{64}$، حدود x را بیابید. بنا بر فرض $f(a) > f(b)$ $\rightarrow$ ابتدا فرض $a < b$ فرض خلف سپیم پس فرض خلف باطل حکم برقرار است $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^6$ $\Rightarrow 3x-2 \geq 6 \Rightarrow x \geq \frac{8}{3}$
۷	الف) اگر باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای $P(x) = x^4 + kx^2 - 3$ بر $x+1$ برابر ۲ باشد، k را بیابید. $x+1=0 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow p(-1)=2 \Rightarrow 1+k-3=2$ $k=4$ ب) چند جمله‌ای x^5+1 را بر حسب عامل $(x+1)$ تجزیه کنید. $x^5+1 = (x+1)(x^4-x^3+x^2-x+1)$
۸	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را مشخص کنید. $y = \sqrt{3} - \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ $y = -\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) + \sqrt{3}$ $Max = a + c = 1 + \sqrt{3}$ $min = - a + c = -1 + \sqrt{3}$ $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$
۹	الف) مقدار $\tan 75^\circ$ را بیابید. $\tan(30^\circ + 45^\circ) = \frac{\tan 30^\circ + \tan 45^\circ}{1 - (\tan 30^\circ \cdot \tan 45^\circ)} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} + 1}{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3 + \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}}$ ب) دامنه تابع $f(x) = \tan 2x$ را به دست آورید. $D_{\tan 2x} = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid 2x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ $= \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}$
۱۰	معادله مثلثاتی $\sin 2x - \sin x = 0$ را حل کنید و جواب‌ها را در بازه $(0, \pi)$ مشخص کنید. $\sin 2x = \sin x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x \Rightarrow x = 2k\pi \\ 2x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \end{cases}$ در بازه $(0, \pi)$ جواب‌ها: $x = \frac{\pi}{3}$ و $x = \pi$

۰/۷۵	با توجه به نمودار تابع f، موارد زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2$ ب) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty \end{cases}$ 	۱۱
۳	حاصل هریک از حدهای زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin \Delta x + [-x]}{2x} = \frac{\sin(0) + [-0^+]}{0^+} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$ ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \frac{[x]}{ 2x+1 } = \frac{[-\frac{1}{3}]}{0^+} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3 + 7x - 9}{-4x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3}{-4x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{2}x = \frac{3}{2}(-\infty) = -\infty$ ت) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{3x^2+1}{x^2}}{\frac{4-5x}{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3+1}{4x^2-5x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3}{-5x^3} = -\frac{3}{5}$	۱۲
۰/۷۵	عبارت $\lim_{x \rightarrow (-)^+} f(x) = +\infty$ به چه معناست؟ فرض کنید تابع f در همگی است ۱- تعریف شده باشد در این صورت می توان مقادیر $f(x)$ را از هر عدد مثبت، بزرگتر در نظر گرفت مشروط بر آنکه x از سمت راست به ۱- نزدیک انتخاب شود.	۱۳
۱	نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x- x }$ در مجاورت مجانب قائم خود چگونه است؟ $y = \frac{1}{x- x } = \begin{cases} \frac{1}{x-x} = \text{تن} & x > 0 \\ \frac{1}{x-(-x)} = \frac{1}{2x} & x < 0 \end{cases}$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{2x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$ 	۱۴
۱	اگر خط $y = 2$ مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{ax^2+1}{2x^2-3x}$ باشد، a را بیابید. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2+1}{2x^2-3x} = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2}{2x^2} = 2 \Rightarrow a = 4$	۱۵

نام و نام خانوادگی مصمم: نام و نام خانوادگی تجدید نظر کننده: شماره ورقه به عدد:

محل امضا محل امضا شماره ورقه به حرف: