



دبیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: امینی اصمعی کلاس: دهم..... موضوع امتحان: ریاضی دهم تجربی / ریاضی نام دبیر: امیر ناصری

۱- جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. (۱.۵)

الف) اگر U مجموعه مرجع باشد و $M \subseteq U$ در این صورت $U - M$ را متمم ... مجموعه M می گویند.

ب) اگر $180 < \alpha < 270$ زاویه α در ربع سوم قرار دارد.

ج) هر عدد مثبت دارای دو ریشه چهارم است که مربع یکدیگراند.

د) اگر $\sin \theta \cdot \tan \theta < 0$ در این صورت زاویه θ می تواند در ربع های دوم و سوم قرار داشته باشد.

۲- درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (۱)

الف) دنباله ای وجود ندارد که هم حسابی و هم هندسی باشد غلط ← دنباله ثابت.

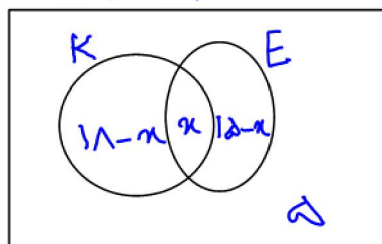
ب) زاویه 30° در ربع سوم دایره مثلثاتی واقع است غلط ← ربع چهارم

ج) رابطه $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ برای اعداد حقیقی مثبت برقرار است غلط ← مثل نقص $\sqrt{9} + \sqrt{4} \neq \sqrt{9+4}$

د) بازه $[1, 2]$ یک مجموعه نامتناهی است. ص

۳- در یک کلاس ۳۲ نفری ۱۸ نفر دارای کلاه و ۱۵ نفر دارای عینک هستند، اگر ۵ نفر کلاه و عینک نداشته باشند،

$$n(U) = 32$$



$$18 - x + x + 15 - x + x = 32$$

$$38 - x = 32 \rightarrow x = 6$$

حساب کنید چند نفر: (۱)

الف) هم کلاه و هم عینک دارند؟

ب) فقط عینک دارند؟

$$15 - 6 = 9 \text{ فقط عینک}$$

۴- در یک دنباله حسابی مجموع سه جمله ی اول ۶ و مجموع سه جمله ی دوم ۲۴ می باشد. این دنباله را مشخص کنید. (۱)

$$a_1 + a_2 + a_3 = 6 \rightarrow a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 6$$

$$a_4 + a_5 + a_6 = 24 \rightarrow a_1 + 3d + a_1 + 4d + a_1 + 5d = 24$$

$$\begin{aligned} 3a_1 + 3d &= 6 \\ 3a_1 + 12d &= 24 \\ \hline 9d &= 18 \\ d &= 2 \\ a_1 &= 0 \end{aligned}$$

$$a_n = 0 + (n-1)2 \rightarrow a_n = 2n - 2$$

$$\begin{aligned} a_1 &= a_1 r = 1 \\ a_1 r^n &= 121 \end{aligned} \quad \xrightarrow{\div} \quad r^n = 121 \rightarrow r = \pm 11 \rightarrow \boxed{a_1 = \pm 11}$$

$$a_n = a_1 r^{n-1} \rightarrow a_n = \begin{cases} (+11)(+11)^{n-1} \\ (-11)(-11)^{n-1} \end{cases}$$

$A - B =$  $\Rightarrow (-1, 1]$

[illegible]

$$\sin \theta_0 = \frac{y}{r} = \frac{1}{r} \rightarrow y = r$$

$$\cos \theta_0 = \frac{x}{r} = \frac{\sqrt{r}}{r} \rightarrow x = \varepsilon \sqrt{r}$$

$$\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \times \frac{1 - \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha (1 - \cos \alpha)}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\cancel{\sin \alpha} (1 - \cos \alpha)}{\sin^2 \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

۹- اگر زاویه‌ای در ربع چهارم دایره مثلثاتی باشد و $\tan \alpha = -\frac{1}{5}$ در این صورت سایر نسبت های مثلثاتی زاویه α را

بیابید. (۱.۵)

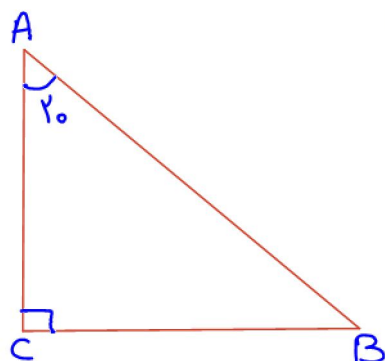
$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 1 + \frac{1}{25} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow \frac{26}{25} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{25}{26} \rightarrow \cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{26}}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \sin^2 \alpha + \frac{25}{26} = 1 \rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{26} \rightarrow \sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{26}}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{-\frac{1}{5}} = -5$$

۱۰- مثلث قائم الزاویه ABC را در نظر بگیرید که در رأس C قائمه است. اگر زاویه A برابر ۲۰ درجه باشد با فرض اینکه $\sin 20 = 0.34$ و اندازه وتر برابر ۲۰ واحد باشد، طول ضلع AC را بیابید (۱.۵)



$$\sin^2 20 + \cos^2 20 = 1$$

$$(0.34)^2 + \cos^2 20 = 1 \rightarrow \cos^2 20 = 0.88$$

$$\cos 20 = 0.94$$

$$\cos 20 = \frac{AC}{20} = \frac{94}{100} \rightarrow AC = 18.8$$

۱۱- معادله خطی را بنویسید که با جهت مثبت محور X ها زاویه ۴۵ درجه میسازد و از نقطه (۰ و ۲) می‌گذرد. (۱)

$$m = \tan 45 = 1$$

$$y = mx + b \rightarrow y = x + b$$

$$\xrightarrow{(0, 2)} 2 = 0 + b \rightarrow \underline{b = 2}$$

$$y = x + 2$$

۱۲- به کمک اتحادهای جبری حاصل ضرب عبارت‌های زیر را بیابید. (۱.۲۵)

$$99 * 101 = (100 - 1)(100 + 1) = (100)^2 - (1)^2 = 10000 - 1 = 9999$$

$$(99)^3 = (100 - 1)^3 = (100)^3 - 3(100)^2(1) + 3(100)(1)^2 - (1)^3 = 970,299$$

۱۳- در جای خالی یکی از علامت های $< = >$ قرار دهید. (۱)

$$(-2)^3 \dots (-2)^5 \quad (\sqrt{2}) \dots (\sqrt[3]{2}) \quad (\sqrt[3]{-6}) \dots (\sqrt[5]{-6}) \quad (-0.5)^2 \dots (-0.5)^3$$

۱۴- هریک از عبارت های زیر را تا حد امکان ساده کنید. (به دو مورد به دلخواه پاسخ دهید). (۱.۵)

$$8x^3 - 27 = (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 - 2x - 3x + 3 \Rightarrow 2x(x-1) - 3(x-1) \Rightarrow (x-1)(2x-3)$$

می توانید در این مورد از روش تجزیه رومی نیز عبه برید.

$$x^6 - y^6 = (x^3 - y^3)(x^3 + y^3) \Rightarrow (x-y)(x^2 + xy + y^2)(x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

۱۵- مخرج کسرهای زیر را گویا کنید. (۱.۵)

$$\frac{2}{\sqrt{5}-3} \times \frac{\sqrt{5}+3}{\sqrt{5}+3} = \frac{2\sqrt{5}+6}{5-9} = \frac{2\sqrt{5}+6}{-4}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2}+1} \times \frac{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1} = \frac{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1}{2+1} = \frac{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1}{3}$$

۱۶- معادلات زیر را به روش خواسته شده حل کنید. (۲)

$$x^2 + 5x - 14 = 0 \text{ (تجزیه)} \rightarrow (x+7)(x-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -7 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$x^2 + 6x - 27 = 0 \text{ (مربع کامل)} \xrightarrow{(\frac{b}{2})^2} x^2 + 6x + 9 - 36 = 0 \rightarrow x^2 + 6x + 9 = 36$$

$$\rightarrow (x+3)^2 = 36 \rightarrow \begin{cases} x+3 = 6 \rightarrow x = +3 \\ x+3 = -6 \rightarrow x = -9 \end{cases}$$

سفر و خانایا سید
۱۴۰۳، ۱۰، ۲۹

نمره ورقه به عدد:

نام و نام خانوادگی تجدید نظر کننده:

نام و نام خانوادگی مصحح:

نمره ورقه به حروف:

محل امضا

محل امضا