



## دیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: ..... کلاس: یازدهم ریاضی موضوع امتحان: آمار و احتمال نام دبیر: آیدین مشروطه چی

۱- در جاهای خالی، پاسخ مناسب بنویسید. (۲ نمره)

$$A \quad B \quad A \cap B$$

$$\left[\frac{100}{2}\right] + \left[\frac{100}{3}\right] - \left[\frac{100}{6}\right] = 47$$

الف) مجموعه  $\{1 - 1\}$  دارای ..... تا زیر مجموعه است.

ب) عددی به تصادف از ۱ تا ۱۰۰ انتخاب می‌کنیم، احتمال آنکه عدد بر ۲ یا ۳ بخشپذیر باشد، ..... است.

ج) تعداد دفعاتی که هر داده مشاهده می‌شود، را **فراوانی** ..... گویند و با تقسیم آن به تعداد کل داده‌ها **نسب فراوانی** بدست می‌آید.

د) داده دور افتاده، **هیجان** ..... را تحت تاثیر قرار می‌دهد، در حالی که تاثیری روی **هش** ..... ندارد.

۲- درستی یا نادرستی هر کدام از عبارتهای زیر را تعیین کنید. (۱ نمره)

الف) توان دوم واریانس داده‌ها را انحراف معیار داده‌ها می‌نامند.

ب) اگر اندازه نمونه ۱۰ برابر شود، آنگاه انحراف معیار برآورد میانگین  $\frac{1}{\sqrt{10}}$  برابر می‌شود.

۳- نقیض گزاره: "۲ عددی زوج است یا عدد  $\pi$  عددی گویا است." در کدام گزاره به درستی آمده است؟ (۵/۰ نمره)

الف) ۲ عددی زوج است و عدد  $\pi$  عددی گویا است.      ب) ۲ عددی زوج نیست یا عدد  $\pi$  عددی گویا نیست.

ج) ۲ عددی زوج نیست و عدد  $\pi$  عددی گویا نیست.      د) ۲ عددی فرد است یا عدد  $\pi$  عددی حقیقی است.

۴- اگر  $n$  داده را  $c$  برابر کنیم، ضریب تغییرات داده‌ها چند برابر می‌شود؟ (۵/۰ نمره)

الف)  $n$       ب)  $c$       ج) ۱      د)  $\frac{c}{n}$

۵- اگر فراوانی نسبی مربوط به گروه ۰ برابر  $\frac{1}{4}$  باشد و مجموع فراوانی‌های همه گروه‌های خونی ۲۰ باشد، فراوانی گروه خونی ۰ چقدر است؟ (۵/۰ نمره)

الف) ۱      ب) ۴      ج) ۵      د) ۸

۶- جدول ارزش گزاره زیر را کامل نمایید. (۱ نمره)

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
د	د	>	>	>
د	ن	>	>	>
ن	د	>	>	>
ن	ن	>	>	>

۷- ارزش گزاره سوری زیر را تعیین کرده و نقیض آن را بنویسید. (منظور از مجموعه P همان اعداد اول است) (۵/۰ نمره)

$$\forall n \in \mathbb{N}; (2^n + 1) \in P$$

$$\exists n \in \mathbb{N}; (2^n + 1) \notin P$$

فادرست

۸- اگر دو عضو از مجموعه A حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه‌هایش ۳۸۴ تا کم می‌شود، مجموعه A چند زیرمجموعه دارد؟ (۱ نمره)

$$2^n - 2^{n-2} = 384 \rightarrow 2^{n-2} (2^2 - 2^0) = 384 \rightarrow 2^{n-2} = \frac{384}{3} = 128$$

$$\widehat{\text{تعداد زیرمجموعه‌های A}} = 2^n = 2^2 \times 2^{n-2} = 4 \times 128 = 512$$

۹- الف) عبارت مقابل را به کمک قوانین جبر مجموعه‌ها ساده کنید. (۵/۰ نمره)

$$[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B) = *$$

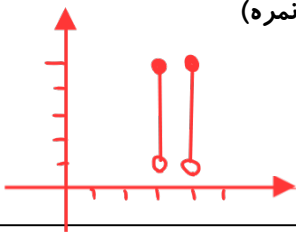
$$(A \cup B) \cap A' = (A \cap A') \cup (B \cap A') = B \cap A' \Rightarrow * = (B \cap A') \cup (B \cap A) = B \cap (A' \cup A) = B$$

ب) درستی عبارت مقابل را به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت نمایید. (۵/۰ نمره)

$$(A - B) \cup (A \cap B) = A$$

$$A - B = (A \cap B') \cup (A \cap B) = A \cap (B' \cup B) = A \cap M = A \quad \checkmark$$

۱۰- اگر  $A = \{3, 4\}$  و  $B = (1, 5]$  باشد، نمودار حاصلضرب دکارتی  $A \times B$  را رسم کنید. (۵/۰ نمره)



۱۱- در یک تجربه تصادفی  $S = \{x, y, z\}$  فضای نمونه‌ای است. اگر  $P(x)$  و  $P(y)$  و  $P(z)$  یک دنباله حسابی با قدر نسبت  $\frac{1}{4}$  تشکیل دهند، احتمال وقوع هر کدام از این پیشامدها را به دست آورید. (۱ نمره)

$$P(y) = P(x) + \frac{1}{4} = \frac{5}{12} = \frac{1}{3}$$

$$P(z) = P(y) + \frac{1}{4} = P(x) + \frac{1}{2} = \frac{7}{12}$$

$$\xrightarrow{S} P(x) + P(y) + P(z) = 1 \rightarrow P(x) + P(x) + \frac{1}{4} + P(x) + \frac{1}{2} = 1 \rightarrow 3P(x) = \frac{1}{4} \rightarrow P(x) = \frac{1}{12}$$

۱۲- بسکتبالیستی هر بار که اقدام به پرتاب می‌کند، اگر روحیه خوبی داشته باشد، پرتابش به احتمال ۹۰ درصد گل می‌شود و اگر روحیه‌اش ضعیف باشد، احتمال گل شدن پرتابش ۶۰ درصد می‌شود. (اگر وی پرتابی را گل کند برای پرتاب بعدی روحیه‌اش خوب ولی اگر پرتابش گل نشود، روحیه‌اش ضعیف خواهد بود.) با فرض آنکه پیش از اولین پرتاب، روحیه خوبی داشته باشد، احتمال اینکه از سه پرتاب متوالی، دقیقاً دو پرتاب آخر گل شود، چقدر است؟ (۷۵/۰ نمره)

$$P(A) = P(A_1) \times P(A_2 | A_1) \times P(A_3 | A_2 \cap A_1) = 0.1 \times 0.4 \times 0.9 = 0.036$$

۱۳- میانه و مد هر دسته از داده‌های زیر را به دست آورید. (۱ نمره)

۴, ۷, ۷, ۱۳

(ب) ۷ و ۱۳ و ۴ و ۷

۲۴, ۴۰, ۵۰, ۶۰, ۳۰۰

(الف) ۳۰۰ و ۲۴ و ۴۰ و ۵۰ و ۶۰

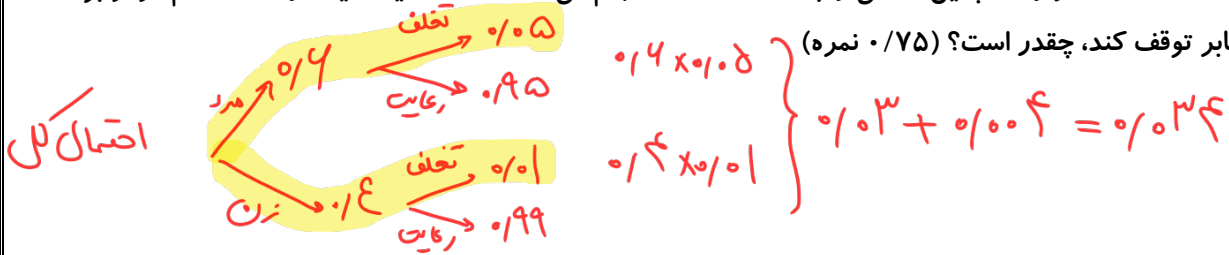
میانه:  $\frac{7+7}{2} = 7$

مد: ۷

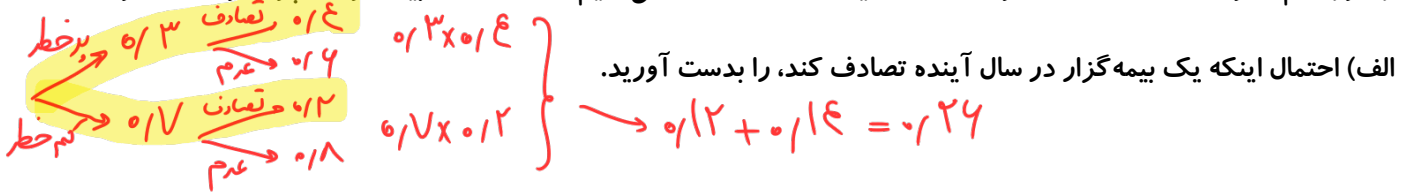
میانه

مد ندارد

۱۴- در شهری ۶۰ درصد راننده‌ها مرد و ۴۰ درصد زن هستند. احتمال اینکه یک راننده مرد، وقتی چراغ راهنمایی قرمز است، روی خط عابر توقف کند، ۰/۰۵ است و زن‌ها چنین تخلفی را به احتمال ۰/۰۱ انجام می‌دهند. احتمال اینکه یک راننده هنگام قرمز بودن چراغ، روی خط عابر توقف کند، چقدر است؟ (۰/۷۵ نمره)



۱۵- یک شرکت بیمه، بیمه‌گذاران خود را به دو گروه تقسیم کرده است؛ گروه پرخطر که در یک سال با احتمال ۰/۴ تصادف می‌کنند و گروه کم‌خطر که احتمال تصادف کردن آن‌ها در یک سال ۰/۲ است. می‌دانیم که ۳۰ درصد بیمه‌گذاران پرخطرند. (۱ نمره)



ب) اگر یک بیمه‌گذار در سال گذشته تصادف کرده باشد، احتمال اینکه جزء گروه پرخطر باشد، چقدر است؟

$$\frac{0.12 \times 0.3}{0.12 \times 0.3 + 0.14 \times 0.7} = \frac{0.12}{0.26} = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$$

۱۶- در یک امتحان پنج گزینه‌ای، ۱۰ سوال مطرح شده است. اگر یک دانش‌آموز به تمام سوالات به طور تصادفی پاسخ دهد، احتمال آن را به دست آورید که: (۱ نمره)

الف) به تمام سوالات پاسخ صحیح داده باشد.  $\left(\frac{1}{5}\right)^{10} = \frac{1}{5^{10}}$  سوال ۱ :  $\frac{1}{5}$

ب) تنها به ۵ سوال اول پاسخ صحیح داده باشد.  $\left(\frac{1}{5}\right)^5 \times \left(\frac{4}{5}\right)^5 = \frac{4^5}{5^{10}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{10}$

۱۷- دانش‌آموزی در کنکور سراسری شرکت می‌کند و نتیجه کارنامه آزمون آن به شرح زیر است:

مواد امتحانی	ریاضیات	فیزیک	شیمی	زبان انگلیسی	ادبیات و زبان فارسی	دین و زندگی
درصد	۵۳	۹	۶۷	۳۴	۸۰	۶۷
ضریب درس	۴	۳	۱	۱	۴	۳

اگر معدل موزون درصد این دانش‌آموز ۷۳ باشد، درس فیزیک را چند درصد زده است؟ (۱ نمره)

$$\frac{4 \times 53 + 3 \times 9 + 1 \times 67 + 1 \times 34 + 4 \times 80 + 3 \times 67}{4 + 3 + 1 + 1 + 4 + 3} = 73 \Rightarrow \frac{134 + 3 \times 9}{14} = 73 \Rightarrow 134 + 3 \times 9 = 1008 \Rightarrow 9 = \frac{174}{3} = 58\%$$

$$\bar{x} = \frac{5 \times 4}{11} = 1.818$$

۱۸- فرض کنید سن افرادی که در یک روز سوار اتوبوس شده‌اند، به صورت زیر است:

۶۱ و ۵۴ و ۶۴ و ۲۳ و ۴۵ و ۱۷ و ۷۴ و ۵۳ و ۲۶ و ۵۹ و ۳۲

انحراف معیار، واریانس و ضریب تغییرات سن افراد را به دست آورید. (۰/۷۵ نمره)

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(-14)^2 + 13^2 + (-20)^2 + \dots + 15^2}{11} = \frac{2554}{11} \approx 232.18$$

$$\sigma = \sqrt{232.18} \approx 15.24$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{15.24}{1.818} \approx 8.38\%$$

