



دیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: کلاس: یازدهم ریاضی موضوع امتحان: حسابان ۱ نام دبیر: امیر ناصری

۱- جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. (۱)

الف) حاصل $[\sqrt{3}]$ برابر یک است.

ب) دامنه تابع $f(x) = \frac{x}{x^2 - 9}$ برابر $\mathbb{R} - \{-3, 3\}$ است.

ج) فاصله بین خطوط موازی $l_1 = ax + by + c_1 = 0$ و $l_2 = ax + by + c_2 = 0$ از رابطه $\frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ به دست می‌آید.

د) مجموع ریشه‌های معادله $3x^2 - 5x - 2 = 0$ برابر $\frac{5}{3}$ است.

۲- درستی یا نادرستی هریک از عبارت‌های زیر را بنویسید. (۱)

الف) هم دامنه تابع زیر مجموعه‌ای از برد آن است. غ.



ب) تابع $f(x) = x^2 + 2x$ یک تابع یک به یک است. غ.

ج) معادله $x + \sqrt{x} = 6$ دارای یک جواب است. ص.

د) فاصله دو نقطه‌ی $A(1, -1)$ و $B(3, 0)$ برابر ۵ است. غ.

۳- در یک دنباله حسابی با جمله اول ۴ و قدرنسبت ۸، حداقل چند جمله را باهم جمع کنیم تا حاصل از ۴۰۰ بیشتر شود. (۱)

$$S_n > 400 \rightarrow \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2} > 400$$

$$\rightarrow n(1 + (n-1)8) > 800 \rightarrow n(8n) > 800 \rightarrow 8n^2 > 800 \rightarrow n^2 > 100$$

$n > 10$
حداقل باید ۱۱ جمله را جمع کرد.

۴- معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $3 \pm 2\sqrt{5}$ باشد. (۰.۷۵)

$$x^2 - Sx + P = 0$$

$$x^2 - 9x - 11 = 0$$

$$S = 3 + 2\sqrt{5} + 3 - 2\sqrt{5} = 6$$

$$P = (3 + 2\sqrt{5})(3 - 2\sqrt{5}) = 9 - 20 = -11$$

۵- معادلات زیر را حل کنید. (۲.۲۵)

الف) $2\sqrt{x} = \sqrt{3x+4}$ $\xrightarrow{\text{توان ۲}} \varepsilon x = 3x + 4 \rightarrow x = -\frac{4}{2}$
 ق ق - زیرا در معادله صدق نمی کنند.

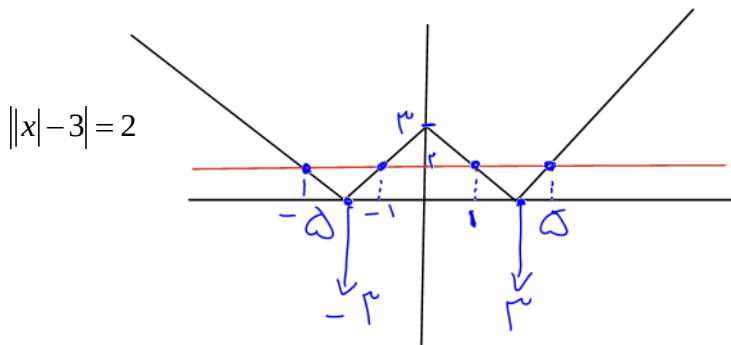
ب) $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x^2-1} = \frac{x-2}{x+1} \rightarrow (x-1)(x+1) \left[\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x^2-1} = \frac{x-2}{x+1} \right]$

$\boxed{\text{م.م.ک} \rightarrow (x-1)(x+1)}$

$\rightarrow x(x+1) + 3 = (x-1)(x-2) \rightarrow \cancel{x^2} + x + 3 = \cancel{x^2} - 2x + 2$

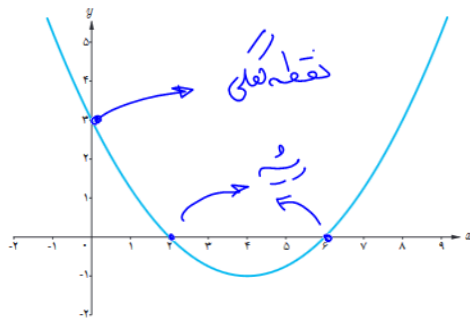
$\varepsilon x = -1 \rightarrow x = -\frac{1}{\varepsilon}$
 ق ق

۶- معادله‌ی زیر را به روش هندسی حل کنید. (۱.۵)



علامه دارای ۲ جواب است.

۷- معادله سهمی زیر را به دست آورید. (۱.۲۵)



$y = a(x-\alpha)(x-\beta)$

$y = a(x-2)(x-4)$

$\xrightarrow{(0,3)} 3 = a(-2)(-4) \rightarrow a = \frac{1}{\varepsilon}$

$y = \frac{1}{\varepsilon}(x^2 - 6x + 8)$

$y = \frac{1}{\varepsilon}x^2 - 6x + 8$

۸- خط $4x+3y=5$ بر دایره‌ای به شعاع $O(-1,2)$ مماس است، مساحت دایره را به دست آورید. (۱.۲۵)

$r = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \rightarrow r = \frac{|-4 + 6 - 5|}{\sqrt{16+9}} = \frac{3}{5}$ $\varepsilon x + 3y - 5 = 0$

$S = \pi r^2 \rightarrow S = \pi \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{14\pi}{25}$

۹- اگر $x=2$ یکی از صفرهای تابع $p(x) = x^3 - x^2 - 4$ باشد، سایر صفرهای آنرا در صورت وجود بیابید. (۱.۲۵)

$$\begin{array}{r} x^3 - x^2 - 4 \mid x-2 \\ -x^3 + 2x^2 \\ \hline x^2 - 4 \\ -x^2 + 2x \\ \hline 2x - 4 \\ -2x + 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

بنابراین بر $x-2$ بخش پذیر است.

$$(x-2)(x^2+x+2) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$x=2$$

$$\Delta < 0$$

معادله دیگر صفر ندارد.

۱۰- برابری توابع زیر را بررسی کنید. (انمره)

$$f(x) = x-2, g(x) = \frac{x^2-4}{x+2}$$

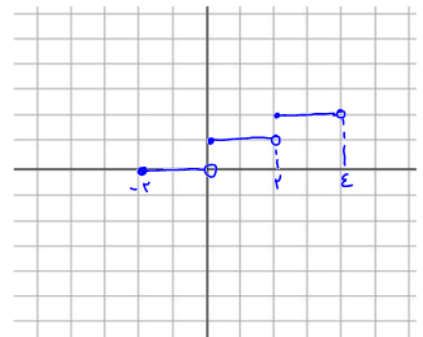
$$D_f = \mathbb{R}$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{-2\}$$

چون دامنه یک ندارند پس برابر نیستند.

۱۱- نمودار تابع $f(x) = \left\lfloor \frac{1}{2}x \right\rfloor + 1$ در بازه $[-2, 4]$ رسم کنید. (۱.۵)

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -2 \leq x < 0 \\ 1 & 0 \leq x < 2 \\ 2 & 2 \leq x < 4 \end{cases}$$



۱۲- اگر $f = \{(-4, 13), (-1, 7), (0, 3), (2, 0)\}$ و $g = \{(1, -1), (-4, 10), (0, 0), (2, -4), (5, -3)\}$ در این صورت حاصل

عبارت زیر را به دست آورید. (۱.۵)

الف) $(f + g^{-1})_{(-4)} = f(-4) + g^{-1}(-4) = 13 + 2 = 15$

ب) $f \circ g = \{(1, 7), (0, 3), (2, 13)\}$

ج) $\frac{g}{f} = \left\{ \left(-4, \frac{10}{13}\right), (0, 0) \right\}$

۱۳- اگر $f(x) = x^2 + 3, g(x) = \sqrt{x+1}$ ضابطه‌ی تابع fog و دامنه‌ی تابع gof را به دست آورید. (۲)

$D_f = \mathbb{R}$ $D_g = [-1, +\infty)$

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = g^2(x) + 3 = (\sqrt{x+1})^2 + 3 = x + 4$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 3 \in [-1, +\infty)\}$$

$$x^2 + 3 \geq -1$$

$$x^2 \geq -4$$

همیشه برقرار

$$D_{g \circ f} = \mathbb{R}$$

۱۴- ضابطه‌ی وارون تابع $f(x) = \frac{2x-1}{3} + 5$ را به دست آورید. (۱)

$$y = \frac{2x-1}{3} + 5 \rightarrow y - 5 = \frac{2x-1}{3} \rightarrow 3y - 15 = 2x - 1 \rightarrow 3y - 14 = 2x$$

$$x = \frac{3}{2}y - 7 \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3}{2}x - 7$$

۱۵- تابع $f(x) = x^2 - 4x + 3$ را طوری محدود کنید تا تابع وارون پذیر ساخته شود. (۰.۷۵)

$$x_5 = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$$

بازه زیر مجموعی شامل این بازه‌ها. $(-\infty, 2] \cup [2, +\infty)$

۱۶- اگر $f(x) = \frac{1}{x+2}, g(x) = \sqrt{x-1}$ دامنه‌ی تابع $f+g$ و مقدار $(\frac{f}{g})_{(5)}$ را به دست آورید. (۱)

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = (\mathbb{R} - \{-2\}) \cap [1, +\infty) = [1, +\infty)$$

$D_f = \mathbb{R} - \{-2\}$ $D_g = [1, +\infty)$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(5) = \frac{f(5)}{g(5)} = \frac{\frac{1}{5+2}}{\sqrt{5-1}} = \frac{1}{14}$$

نمره ورقه به عدد:

نام و نام خانوادگی تجدید نظر کننده:

نام و نام خانوادگی مصمم:

نمره ورقه به حرف:

محل امضا

محل امضا