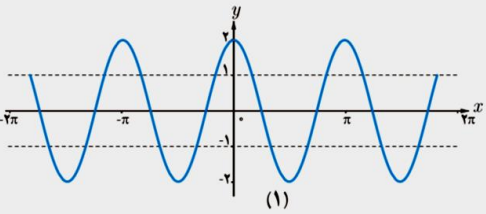
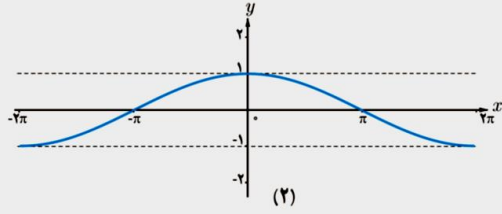
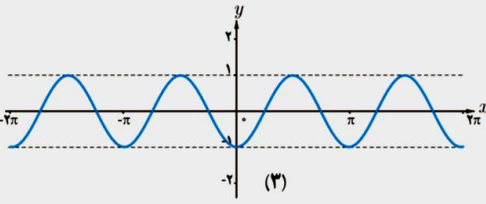
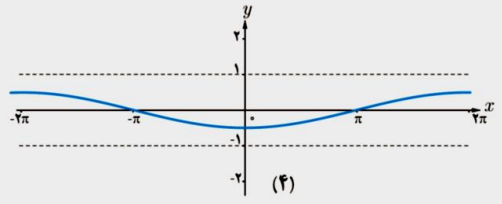
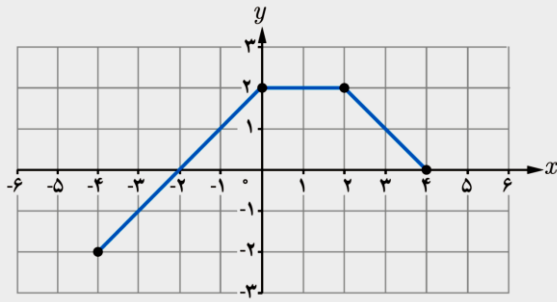


| نام خانوادگی: | | سوالات درس ریاضی ۳ | | تاریخ: ۱۴۰۲، ۱۰، ۱۴ | |
|--|---|------------------------------|--|----------------------|------|
| نام خانوادگی: | | رشته علوم تجربی پایه دوازدهم | | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه | |
| دبیرستان پسرانه غیردولتی ابتکار - دوره دوم | | | | | |
| نیمسال ۱ | | دبیر: اسماعیل پور | | نمره: | |
| ردیف | سوال | | | | نمره |
| ۱ | اگر $f = \{(7, 8), (5, 3), (9, 8), (11, 4)\}$ و $g = \{(5, 7), (3, 5), (7, 9), (9, 11)\}$ توابع $g \circ f$ و $f \circ g$ را بدست آورید. | | | | ۱ |
| ۲ | مشخص کنید کدام یک از جملات زیر درست و کدام یک نادرست است؟ الف) اگر $f(x) = x^2 - 4$ و $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ آنگاه $f \circ g(5) = -25$ و $f \circ g(x) = -x^2$. ب) اگر $f(7) = 5$ و $g(4) = 7$ آنگاه $f \circ g(4) = 35$. | | | | ۰,۵ |
| ۳ | اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ دامنه و ضابطه $f \circ g$ را بدست آورید. | | | | ۱,۵ |
| ۴ | با توجه نمودار تابع $y = \cos x$ نمودار توابع زیر رسم شده است. ضابطه هر نمودار را مشخص کنید. | | | | ۱ |
| <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>الف) $y = -\frac{1}{4} \cos(-\frac{1}{4}x)$</p>  <p>(۱)</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>ب) $y = 2 \cos 2x$</p>  <p>(۲)</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>پ) $y = \cos(\frac{1}{4}x)$</p>  <p>(۳)</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>ت) $y = -\cos 2x$</p>  <p>(۴)</p> </div> </div> | | | | | |

با استفاده از نمودار تابع f نمودار تابع $y = 2f(x - 1) - 3$ را رسم کنید.

۵



۱

نمودار وارون تابع $g(x) = -5 - \sqrt{3x + 1}$ را بدست آورید.

۶

۱

اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^3$ مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(5)$ را بدست آورید.

۷

۱

دوره تناوب و مقدار max و min هر یک از توابع زیر را بدست آورید.

۸

الف) $y = 1 + 2\sin 7x$

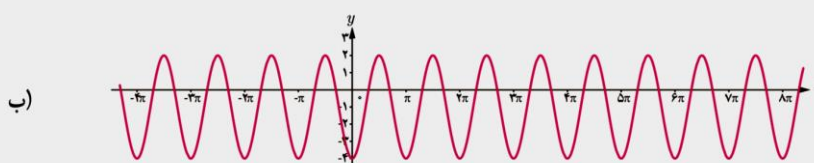
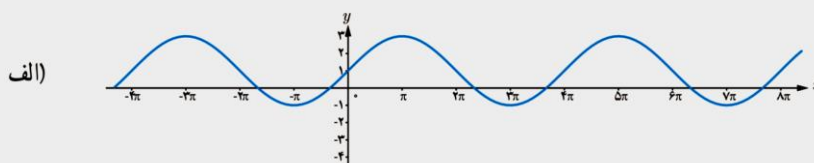
ب) $y = \sqrt{3} - \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

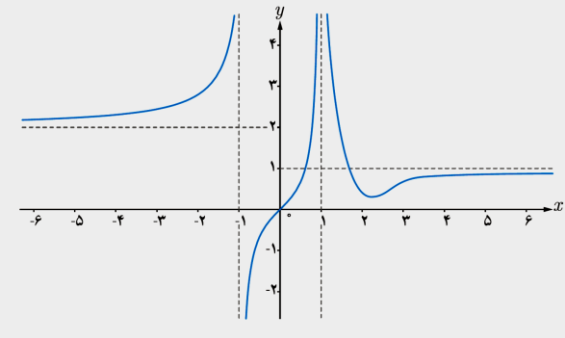
۱,۵

ضابطه مربوط به هر یک از نمودارهای داده شده را بنویسید.

۹

۱,۵



| | | |
|------|--|----|
| ۱ | نسبت های مثلثاتی sin و cos را برای زاویه ۲۲/۵ درجه را به دست آورید. | ۱۰ |
| ۱ | معادله مثلثاتی $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ را حل کنید. | ۱۱ |
| ۰,۵ | نشان دهید چند جمله ای $f(x) = 2x^3 + x^2 + 1$ بر دو جمله ای $x + 1$ بخش پذیر است. | ۱۲ |
| ۰,۷۵ | حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1}$ را بدست آورید. | ۱۳ |
| ۰,۷۵ | حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x - 1}}{x^2 - x}$ را بدست آورید. | ۱۴ |
| ۰,۷۵ | حاصل $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-3x}{x^2 - 4}$ را بدست آورید. | ۱۵ |
| ۱,۵ | <p>نمودار تابع f به شکل مقابل است. حدود خواسته شده را بدست آورید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ ت) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$</p> <p>ث) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$</p>  | ۱۶ |

حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3 + 7x - 9}{2x^3 - 4x^2 + x}$ را بدست آورید.

۱۷

۰,۷۵

۱,۵

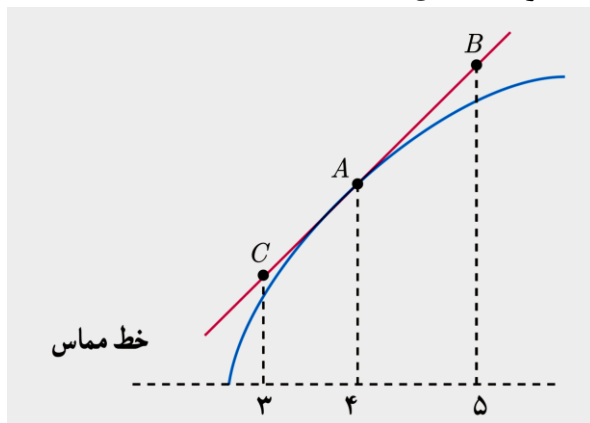
اگر $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ ، مقدار $f'(2)$ را بدست آورده و معادله خط مماس بر منحنی f را در نقطه ای به طول $x = 2$ واقع بر آن را بنویسید.

۱۸

۱,۵

برای تابع f در شکل رو برو داریم: $f(4) = 25$ و $f'(4) = 1/5$ با توجه به شکل مختصات نقاط A و B و C را بیابید.

۱۹



موفق باشید.

| بارم | صفحه ۱ : پاسخنامه | ردیف |
|----------------------------|---|------|
| ۱ | $\text{fog}(x) = f(g(x)) = \{(\Delta, \Delta), (3, 3), (7, \Delta), (9, 4)\}$ $\text{gof} = g(f(x)) = \{(\Delta, \Delta)\}$ | ۱ |
| ۰/۵ | الف) نادرست ب) نادرست | ۲ |
| ۱/۵ | $\begin{cases} g(x) = 2x^r - 1 \rightarrow D_g = \mathbb{R} \\ f(x) = \sqrt{x-1} \rightarrow x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1 \rightarrow D_f = [1, +\infty) \end{cases}$ $\text{fog}(x) = f(g(x)) = \sqrt{2x^r - 1 - 1} = \sqrt{2x^r - 2} \rightarrow 2x^r - 2 \geq 0 \rightarrow 2x^r \geq 2 \rightarrow x^r \geq 1$ $D_{\text{fog}(x)} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} \rightarrow D_{\text{fog}(x)} = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^r - 1 \in [1, +\infty)\} \rightarrow D_{\text{fog}(x)} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ | ۳ |
| ۱ | | ۴ |
| ۱ | <p>۳ ها یک واحد به سمت راست و ۳ واحد به سمت پایین</p> | ۵ |
| ۱ | $y = -\Delta - \sqrt{3x+1} \rightarrow \sqrt{3x+1} = -\Delta - y \rightarrow 3x+1 = (\Delta + y)^r \rightarrow 3x+1 = y^r + 1 \cdot y + 2\Delta \rightarrow 3x = y^r + 1 \cdot y + 2\Delta$ $x = \frac{y^r + 1 \cdot y + 2\Delta}{3} \rightarrow y^{-1} = \frac{x^r + 1 \cdot x + 2\Delta}{3}$ $-(y + \Delta) = \sqrt{3x+1} \rightarrow 3x+1 = (y + \Delta)^r$ $\rightarrow 3x = (y + \Delta)^r - 1 \rightarrow x = \frac{(y + \Delta)^r - 1}{3}$ | ۶ |
| ادامه پاسخنامه در صفحه دوم | | |

| بارم | صفحه: ۲ | ادامه پاسخنامه | ردیف |
|----------------------------|---|----------------|------|
| ۱ | $(g^{-1} \circ f^{-1})(\Delta) = g^{-1}(f^{-1}(\Delta)) = g^{-1}(64) = 4$ $\frac{1}{\lambda}x - 3 = \Delta \rightarrow \frac{1}{\lambda}x = \lambda \rightarrow x = 64 \quad x^r = 64 \rightarrow \boxed{x = 4}$ | | ۷ |
| ۱/۵ | الف) $y = 1 + 2 \sin 7x \rightarrow \begin{cases} \max = a + c \\ \min = - a + c \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \max = 2 + 1 = 3 \\ \min = - 2 + 1 = -1 \end{cases} \quad \text{و} \quad T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{7}$ ب) $y = \sqrt{3} - \cos(\frac{\pi}{2}x) \rightarrow \begin{cases} \max = a + c \\ \min = - a + c \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \max = -1 + \sqrt{3} = 1 + \sqrt{3} \\ \min = - -1 + \sqrt{3} = -1 + \sqrt{3} \end{cases} \quad \text{و} \quad T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$ | | ۸ |
| ۱/۵ | الف) $\begin{cases} \max = 3 \\ \min = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = \frac{\max - \min}{2} = \frac{3+1}{2} = 2 \\ c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{3-1}{2} = 1 \\ T = \frac{2\pi}{ b } \rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{ b } \rightarrow b = \frac{1}{2} \end{cases}$ ب) $\begin{cases} \max = 2 \\ \min = -4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = \frac{\max - \min}{2} = \frac{2+4}{2} = 3 \\ c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{2-4}{2} = -1 \\ T = \frac{2\pi}{ b } \rightarrow \pi = \frac{2\pi}{ b } \rightarrow b = 2 \end{cases}$ | | ۹ |
| ۱ | $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 \rightarrow \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} \rightarrow \cos^2 22/5^\circ = \frac{1 + \cos 2 \times 22/5^\circ}{2} = \frac{1 + \cos 44^\circ}{2} = \frac{1 + \frac{1 + \sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{4}$ $\rightarrow \cos 22/5^\circ = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$ $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x \rightarrow \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \rightarrow \sin^2 22/5^\circ = \frac{1 - \cos 2 \times 22/5^\circ}{2} \rightarrow \sin^2 22/5^\circ = \frac{2 - \sqrt{2}}{4}$ $\rightarrow \sin 22/5^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$ | | ۱۰ |
| ۱ | $\cos 2x - \cos x + 1 = 0 \rightarrow (2 \cos^2 x - 1) - \cos x + 1 = 0 \rightarrow \cos x(2 \cos x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$ $\alpha = \frac{\pi}{3}$ | | ۱۱ |
| ۰/۵ | باقی مانده صفر می شود پس بخش پذیر است. $\begin{array}{r} 2x^r + x^r + 1 \quad x+1 \\ \underline{2x^r + 2x^r} \quad 2x^r - x + 1 \\ \underline{-x^r + 1} \\ \underline{-x^r - x} \\ \underline{x+1} \\ \underline{x+1} \\ \cdot \end{array} \quad \rightarrow \quad f(x) = 2x^r + x^r + 1 \Rightarrow f(x) = (x+1)(2x^r - x + 1)$ | | ۱۲ |
| ادامه پاسخنامه در صفحه سوم | | | |

