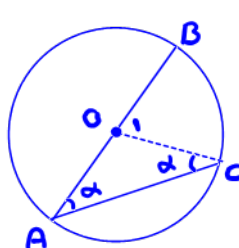
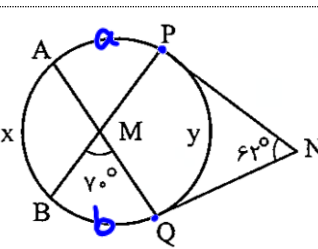




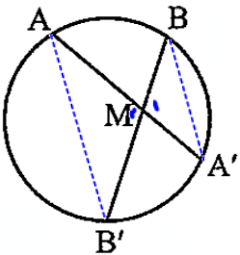
دیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: کلاس: موضوع امتحان: **هندسه ۲** نام دبیر:

سوالات پاسخنامه دارد - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.	۱
الف	تعداد مماس های مشترک دو دایره مماس درون برابر ۱ می باشد. درست	
ب	مرکز دایره محاطی مثلث محل تلاقی عمود منصف اضلاع مثلث می باشد. نادرست	
پ	یک چند ضلعی منتظم همواره هم محیطی است هم محاطی. درست	
ت	متوازی الاضلاع یک چند ضلعی محیطی است. نادرست	
۲	جاهای خالی را با اعداد یا عبارات مناسب تکمیل کنید.	۱
الف	طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس بیرون به شعاع های ۴ و ۹ برابر ۱۲ می باشد.	
ب	دو دایره ... متقاطع فقط دو مماس مشترک دارند.	
پ	یک چند ضلعی محاطی است اگر و تنها اگر عمود منصف اضلاع همرس باشند .	
ت	تبدیلی که طول پاره خط را حفظ می کند تبدیل طولای (ایزومتر) نام دارد.	
۳	تصویر را تعریف کنید. تبدیل یافته هر شکل را تصویر می نامند.	۰/۵
۴	ثابت کنید اندازه زاویه محاطی نصف کمان مقابلش می باشد. (یکی از اضلاع زاویه از مرکز دایره عبور می کند)  $OA=OC$ پس مثلث OAC متساوی الساقین است پس $C=\alpha$ زاویه $\hat{O}_1$ برای مثلث OAC زاویه خارجی است پس $\hat{O}_1=2\alpha$ زاویه $\hat{O}_1$ مرکزی است پس $\widehat{BC}=2\alpha$ بنابراین $\hat{A}=\frac{\widehat{BC}}{2}$	۱/۵
۵	با توجه به شکل مقابل مقادیر x و y را محاسبه کنید.  $\frac{a+x+b-y}{2} = 72 \rightarrow a+x+b-y=144$ $\frac{a+b}{2} = 70 \rightarrow a+b=140$ $x-y+140=144 \rightarrow x-y=4$ $a+b+x+y=340 \rightarrow x+y=200$ $\begin{cases} x+y=200 \\ x-y=4 \end{cases} \rightarrow \boxed{x=102}, \boxed{y=98}$	۱/۵

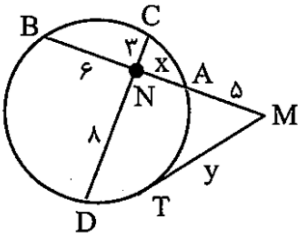
با توجه به شکل مقابل رابطه مقابل را ثابت کنید: $MA \times MA' = MB \times MB'$



$$\begin{cases} \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \\ \hat{A} = \hat{B} = \frac{A'B'}{r} \end{cases} \rightarrow \triangle MAB' \sim \triangle MA'B$$

$$\text{نسبت مساوی} \rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MA'}{MB'} = \frac{A'B'}{BA'} \rightarrow MA \times MA' = MB \times MB'$$

با توجه به شکل مقابل مقادیر X و Y را محاسبه کنید. (MT مماس بر دایره است)

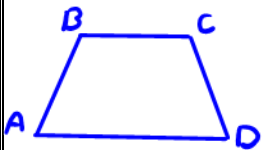


$$x \times y = 3 \times 8 \rightarrow x = 4$$

$$y^2 = 5 \times (5 + 4 + y) \rightarrow y^2 = 75 \rightarrow y = 5\sqrt{3}$$

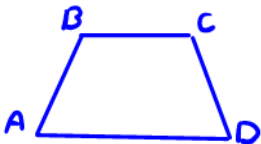
ثابت کنید یک ذوزنقه محاطی است اگر و تنها اگر متساوی الساقین باشد.

فرض: ذوزنقه محاطی است. حکم: ذوزنقه متساوی الساقین است.



$$\begin{aligned} A + C &= 180^\circ \\ C + D &= 180^\circ \end{aligned} \rightarrow C = D \rightarrow \text{پس متساوی الساقین است.}$$

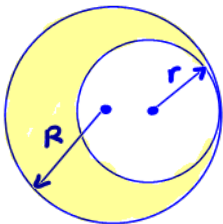
فرض: ذوزنقه متساوی الساقین است. حکم: ذوزنقه محاطی است.



$$A + B = 180^\circ \xrightarrow{A=D} D + B = 180^\circ \rightarrow \text{ذوزنقه محاطی است}$$

مرکز دو دایره مماس درونی به ترتیب در نقاط $O(3, 0)$ و $O'(7, 0)$ قرار گرفته و مساحت ناحیه محدود بین آنها برابر 32π می باشد. طول شعاع های دو دایره را بدست آورید.

$$d = OO' = 4 \rightarrow R - r = 4$$



$$\pi R^2 - \pi r^2 = 32\pi \rightarrow R^2 - r^2 = 32$$

$$(R - r)(R + r) = 32 \xrightarrow{R-r=4} R + r = 8$$

$$\begin{cases} R + r = 8 \\ R - r = 4 \end{cases} \rightarrow 2R = 12 \rightarrow R = 6, r = 2$$

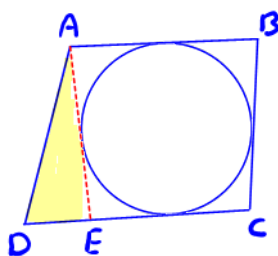
طول هر ضلع یک ۶ ضلعی منتظم را بیابید که در دایره ای به شعاع ۱۰ محاط شده است.

$$AB = 2r \sin \frac{180}{n}$$

$$AB = 2 \times 10 \times \sin \frac{180}{6} \rightarrow AB = 2 \times 10 \times \frac{1}{2} \rightarrow AB = 10$$

ثابت کنید اگر مجموع دو ضلع مقابل یک چهار ضلعی برابر مجموع دو ضلع دیگر باشد آن چهار ضلعی محیطی است.

فرض خلف: فرض می‌کنیم اگر $AB + CD = AD + BC$ باشد چهار ضلعی محیطی نیست.



یعنی مثلاً AD مماس بر دایره نیست. AE مماس بر دایره رسم می‌کنیم

پس $ABCE$ چهار ضلعی محیطی است. پس $AB + CE = AE + BC$

(طبق فرض سوال) $AB + CD = AD + BC$

$$CD - CE = AD - AE \rightarrow DE = AD - AE \rightarrow DE + AE = AD$$

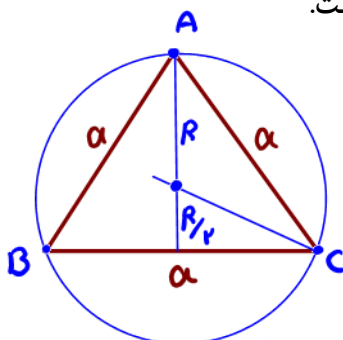
طبق نامساوی مثلث به تناقض رسیدیم پس فرض خلف باطل در حکم درست است.

اگر شعاع دایره محاطی یک ۱۰ ضلعی محیطی برابر ۳ و مساحت آن برابر ۴۸ باشد محیط ۱۰ ضلعی را بیابید.

$$r = \frac{S}{P} \rightarrow 3 = \frac{48}{P} \rightarrow 3P = 48 \rightarrow P = 12$$

$$2P = 32$$

مساحت مثلث متساوی الاضلاعی را بدست آورید که در دایره ای به شعاع R محاط شده است.



می‌دانیم مرکز دایره محیطی محل تلاقی عمود منصف اضلاع است

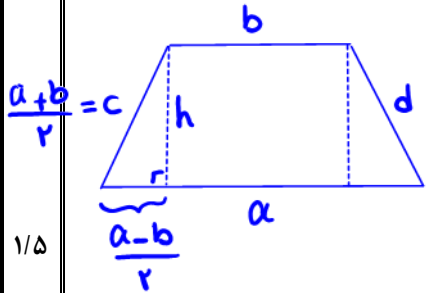
از طرفی در مثلث متساوی الاضلاع عمود منصف همان میانه است

و می‌دانیم میانه‌ها همدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند.

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a \quad h = \frac{3}{2} R \rightarrow \frac{3}{2} R = \frac{\sqrt{3}}{2} a \rightarrow a = \frac{3}{\sqrt{3}} R$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \rightarrow S = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{3}{\sqrt{3}} R \right)^2 \rightarrow S = \frac{3\sqrt{3}}{4} R^2$$

یک دوزنقه هم محیطی است هم محاطی. ثابت کنید مساحت آن برابر است با میانگین حسابی دو قاعده ضربدر میانگین هندسی آنها.



$$a+b = \frac{1}{2}c$$

$$c = \frac{a+b}{\frac{1}{2}}$$

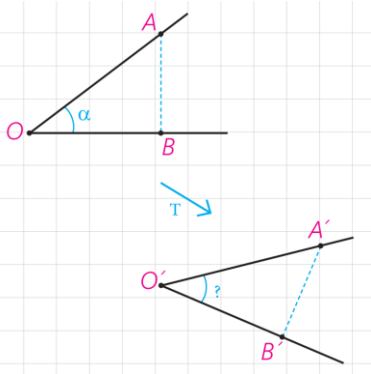
محیط است ← $a+b = c+d$

محاطی است ← $c = d$

$$h^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \rightarrow h^2 + \frac{a^2 - 2ab + b^2}{4} = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{4} \rightarrow h = \sqrt{ab}$$

$$S = \frac{a+b}{2} \times h \rightarrow S = \frac{a+b}{2} \times \sqrt{ab}$$

ثابت کنید هر تبدیل طولیا اندازه زاویه را حفظ می کند.



$$\begin{cases} OA = O'A' \\ OB = O'B' \\ AB = A'B' \end{cases} \rightarrow \triangle OAB \cong \triangle O'A'B' \rightarrow \boxed{\hat{O} = \hat{O}'}$$

موفق باشید