



دیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: کلاس: موضوع امتحان: ریاضیات گسسته نام دبیر: محمد کرمی

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۰/۵	۱	درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را تعیین کنید.
	الف	برای هر دو عدد حقیقی x و y ، داریم: $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ نادرست
	ب	حاصل جمع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است. نادرست
۱	۲	عبارت مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید.
	الف	اگر $a b$ آنگاه ب.م.م دو عدد a و b برابر با $ a $ ، (a) است.
	ب	تعداد رئوس یک گراف را (اندازه، مرتبه) می‌نامیم.
	پ	گرافی را همبند می‌نامیم که بین هر دو رأس آن یک (مسیر، یال) وجود داشته باشد.
	ت	گراف C_n تنها یک (دور، مسیر) n رأسی دارد.
	۳	در هر یک از سوالات زیر، گزینه مناسب را انتخاب کنید.
۰/۵	الف	عدد 1402 به کدام دسته هم‌نهشتی به پیمانه 7 تعلق دارد؟ $[1]$ (۵) $[2]$ (۲) ✓ $[3]$ (۰) $[4]$ (۱)
۰/۵	ب	کدام یک از معادلات هم‌نهشتی زیر در مجموعه اعداد صحیح جواب ندارد؟ $3x \equiv 10 \pmod{4}$ $5x \equiv 10 \pmod{3}$ $2x \equiv 3 \pmod{2}$ $6x \equiv 11 \pmod{1}$ ✓
۱	۴	ثابت کنید برای هر عدد طبیعی زوج n ، $n^2 - 5n + 7$ عددی فرد است. $n = 2k \rightarrow (2k)^2 - 5(2k) + 7 = 4k^2 - 10k + 7 = 2(2k^2 - 5k + 3) + 1 = 2q + 1$
۱	۵	برای هر دو عدد حقیقی x و y ، به روش بازگشتی (گزاره‌های هم‌ارز) نشان دهید: $2x^2 + 2xy + y^2 \geq 4x - 4$ $\Leftrightarrow 2x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 4x + 4 \geq 0$ $\Leftrightarrow (x+y)^2 + (x-2)^2 \geq 0 \quad \text{همواره درست است}$

اگر $a > 1$ و $a | 9k + 4$ و $a | 5k + 3$ ثابت کنید a عددی اول است.

$$a | (9k+4) \times -5 \rightarrow a | -45k - 20$$

$$a | (5k+3) \times 9 \rightarrow a | 45k + 27$$

$$a | 7 \rightarrow \boxed{a=7}$$

اگر $a | b$ و $b \neq 0$ ، در این صورت ثابت کنید: $|a| \leq |b|$.

$$a | b \rightarrow b = aq \xrightarrow{b \neq 0} q \neq 0 \rightarrow |q| \geq 1$$

$$|q| \geq 1 \xrightarrow{\times |a|} |a||q| \geq |a| \rightarrow |aq| \geq |a| \rightarrow |b| \geq |a|$$

اگر ۵ آذر دوشنبه باشد ۲۰ بهمن همان سال چه روزی است؟

بهمن دی آذر
 $25 + 30 + 20 = 75$

$$75 \equiv 5$$

د س ج پ ج ی (شنبه است)
 . ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

اگر عددی مانند k در $\mathbb{Z}$ باشد، به طوری که $5 | 4k + 1$ ، ثابت کنید $25 | 16k^2 + 28k + 6$.

$$5 | 4k + 1 \xrightarrow{\times 5} 25 | 20k + 5$$

$$\xrightarrow{\times 5} 25 | 100k + 25$$

$$25 | 16k^2 + 28k + 6$$

باقی مانده تقسیم عدد $A = (1000)^{25} \times 9 + 11$ را بر ۷ بیابید.

$$1000 \equiv -1 \rightarrow (1000)^{25} \equiv -1 \rightarrow (1000)^{25} \times 9 \equiv -9$$

$$(1000)^{25} \times 9 + 11 \equiv -9 + 11$$

$$\boxed{r=2}$$

اگر دو عدد $(3a - 5)$ و $(4a - 7)$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $(9a + 6)$ را به دست آورید.

$$4a - 7 \equiv 3a - 5 \rightarrow a \equiv 2$$

$$\xrightarrow{\times 9} 9a \equiv 18 \equiv 10 \rightarrow 9a + 6 \equiv 18 + 6 \rightarrow \boxed{r = 4}$$

پس رقم یکان برابر ۴ است.

$$14.2 \equiv 7, 11 \equiv 2$$

معادله هم‌نهشتی $14.2x \equiv 11$ را حل کنید.

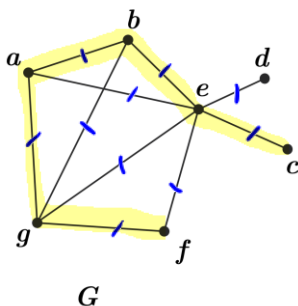
$$7x \equiv 2 - 9 \rightarrow 7x \equiv -7 \xrightarrow{(7,9)=1} x \equiv -1$$

$$\boxed{x = 9k - 1}$$

جواب‌های عمومی معادله سیاله خطی $7x + 5y = 11$ را به دست آورید.

$$7x \equiv 11 + 5 + 5 \rightarrow 7x \equiv 21 \xrightarrow{(7,5)=1} x \equiv 3 \rightarrow \boxed{x = 5k + 3}$$

$$7(5k + 3) + 5y = 11 \rightarrow 35k + 21 + 5y = 11 \rightarrow \boxed{y = -7k - 2}$$



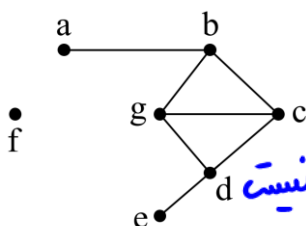
با توجه به گراف G مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید.

$$p = 7 \quad q = 10$$

مرتبه و اندازه گراف را بنویسید.

مسیری به طول ۵ از رأس c به رأس f بنویسید.

cebagf



با توجه به گراف G (شکل مقابل)، به سوالات زیر پاسخ دهید.

درجه رأس a در گراف $\bar{G}$ را تعیین کنید. ۵

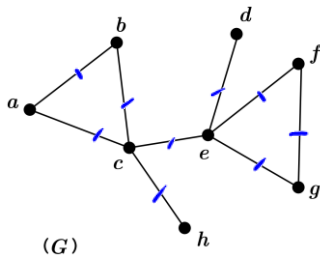
آیا گراف G همبند است؟ دلیل ارائه کنید.

خیر چون بین f و دیگر اس‌ها مسیری نیست

$$N_G(f) = \{ \}$$

$N_G(f)$ را معین کنید.

گراف G روبه‌رو را در نظر بگیرید:



(G)

$$q(G) + q(\bar{G}) = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$9 + q(\bar{G}) = \frac{8(7)}{2} \rightarrow q(\bar{G}) = 19$$

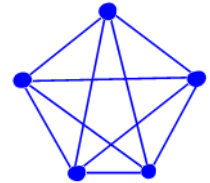
مجموع درجات رئوس گراف $\bar{G}$ را مشخص کنید.

$$\sum \deg_{\bar{G}} = 2 \times 19 = 38$$

۱۶

گراف کامل K_p دارای ۱۰ یال است. ابتدا p را به دست آورید، سپس گراف را رسم کنید.

$$\frac{n(n-1)}{2} = 10 \rightarrow n(n-1) = 20 \rightarrow n = 5$$



۱۷

موفق باشید