

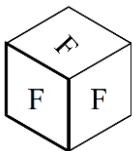


دیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: کلاس: موضوع امتحان: هندسه ۱ نام دبیر: محمد کرمی

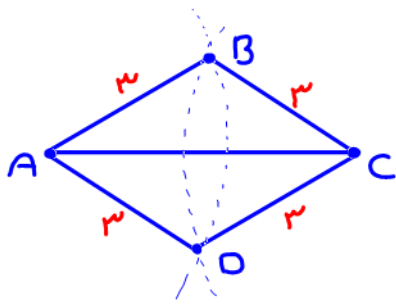
استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.	۱
	الف نقطه همرسی نیمساز زوایای داخلی مثلث از سه راس مثلث به یک فاصله است. نادرست	
	ب پاره خط هایی به طول ۶، ۱۰، ۴ یک مثلث تشکیل می دهند. نادرست	
	پ هر چهارضلعی که قطرهايش بر هم عمود باشد متوازی الاضلاع است. نادرست	
	ت شکل حاصل از دوران یک نیم دایره حول شعاعش نیم کره است. درست	
۱	جاهای خالی را با اعداد یا عبارات مناسب تکمیل کنید.	۲
	الف تازه جمله ای خبری است که می تواند درست یا نادرست باشد.	
	ب مجموع فواصل هر نقطه دلخواه درون مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع برابر ارتفاع می باشد	
	پ تعداد قطرهای یک ۱۰ ضلعی محدب برابر ۳۵ می باشد.	
	ت شکل حاصل از دوران یک دوزنقه قائم الزاویه حول ضلع قائم مضرب ناقص می باشد.	
۰/۵	نسبت مساحت های دو مثلث متشابه $\frac{۳}{۴}$ است. نسبت دو میانه نظیر آنها کدام است؟	۳
	<input type="radio"/> ۱ $\frac{۳}{۴}$ <input type="radio"/> ۲ $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ <input checked="" type="radio"/> ۳ $\frac{۲}{۳}$ <input type="radio"/> ۴ $\frac{۱}{۳}$	
۰/۵	در شکل مقابل، مقدار x کدام است؟	۴
	<input type="radio"/> ۱ ۳ <input type="radio"/> ۲ ۴ <input checked="" type="radio"/> ۳ ۶ <input type="radio"/> ۴ ۵	
	$x^2 = (x-2) \times 2x$ $x^2 = 2x^2 - 4x \rightarrow x^2 - 4x = 0$ $x = 0$ $x = 4$	
۰/۵	در کدام چندضلعی محدب، تعداد قطرهای چهار برابر تعداد اضلاع است؟	۵
	<input type="radio"/> ۱ ۹ ضلعی <input type="radio"/> ۲ ۱۰ ضلعی <input checked="" type="radio"/> ۳ ۱۱ ضلعی <input type="radio"/> ۴ ۱۲ ضلعی	
	$\frac{n(n-3)}{2} = 4n \rightarrow n-3=8 \rightarrow n=11$	
۰/۵	روی تمام وجه های تعدادی مکعب، حرف F را نوشته و ۹ تا از آنها به صورت ستونی روی هم قرار می دهیم. چند حرف F دیده می شود؟ (اولین مکعب روی زمین قرار می گیرد.)	۶
	<input type="radio"/> ۱ ۳۸ <input type="radio"/> ۲ ۳۹ <input checked="" type="radio"/> ۳ ۳۷ <input type="radio"/> ۴ ۳۶	



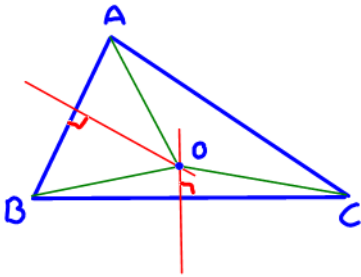
$$9 \times 4 + 1 = 37$$

روش رسم یک لوزی با قطر ۵ و ضلع ۳ را با رسم شکل توضیح دهید.



ابتدا قطر AC به طول ۵، رسم کرده پس دهانه پرگار را ۳ واحد باز کرده و از A و C دو کمان رسم می‌کنیم و محل تلاقی آن‌ها را به C و A وصل می‌کنیم.

ثابت کنید در یک مثلث دلخواه، هر سه عمود منصف هم‌رس هستند.



فرض: عمود منصف AB، BC از O می‌گذرد.
حکم: عمود منصف AC نیز از O می‌گذرد.
می‌دانیم هر نقطه روی عمود منصف است اگر و تنها اگر از دو سر پاره خط به یک اندازه باشد.

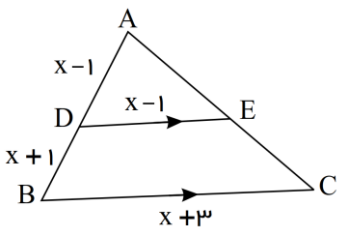
$$\begin{cases} OA = OB \\ OC = OB \end{cases} \rightarrow OA = OC$$

پس O روی عمود منصف AC است.

اگر عدد ۵ واسطه هندسی بین b و ۹ باشد، مقدار b را به دست آورید.

$$5^2 = 9 \times b \rightarrow 25 = 9b \rightarrow b = \frac{25}{9}$$

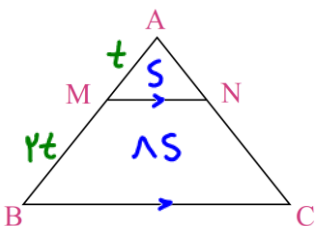
مقدار x را در شکل مقابل به دست آورید.



$$\frac{x-1}{2x} = \frac{x-1}{x+3} \rightarrow x^2 + 2x - 3 = 2x^2 - 2x$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \rightarrow (x-3)(x-1) = 0 \begin{cases} x = 3 \checkmark \\ x = 1 \times \end{cases}$$

در شکل روبه‌رو، $MN \parallel BC$ و مساحت ذوزنقه $MNCB$ هشت برابر مساحت مثلث AMN است. نسبت $\frac{MB}{MA}$ را به دست آورید.



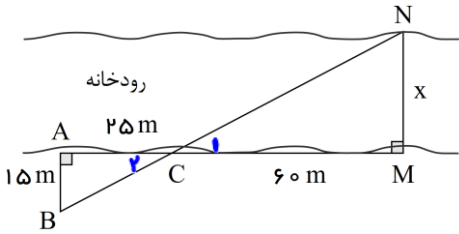
$$MN \parallel BC \rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{AMN}} = \frac{9S}{S} = 9 \rightarrow K^2 = 9 \rightarrow K = 3$$

$$\frac{AB}{AM} = 3 \rightarrow \begin{cases} AB = 3t \\ AM = t \end{cases}$$

$$\frac{MB}{MA} = 2$$

شکل زیر توسط یک نقشه بردار برای محاسبه عرض رودخانه رسم شده است. به کمک اندازه‌های مشخص شده در شکل، عرض رودخانه را حساب کنید.



$$\begin{cases} A = M = 90^\circ \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MNC$$

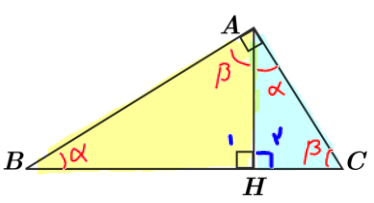
$$\frac{AC}{MC} = \frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NC} \rightarrow \frac{25}{40} = \frac{15}{x}$$

$$x = \frac{40 \times 15}{25} \rightarrow x = 32$$

۱/۵

۱۲

در مثلث قائم‌الزاویه زیر ثابت کنید دو مثلث ABH و ACH متشابه‌اند و به کمک آن نشان دهید AH واسطه هندسی بین BH و HC است.



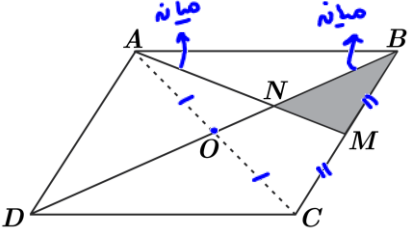
$$\begin{cases} \hat{H}_1 = \hat{H}_2 \\ \hat{B} = \hat{A}_1 = \alpha \end{cases} \rightarrow \triangle ABH \sim \triangle CAH$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AH}{CH} = \frac{BH}{AH} \rightarrow AH^2 = BH \times CH$$

۱/۵

۱۳

در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، M وسط ضلع BC بوده و پاره‌خط AM قطر BD را در نقطه N قطع کرده است. نشان دهید:



$$S_{BNM} = \frac{1}{12} S_{ABCD}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$$

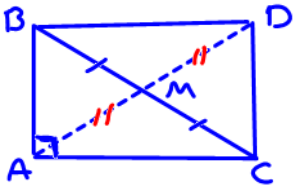
AM و OB میان‌های مثلث ABC هستند و می‌دانیم با رسم میان‌ها AM به AM هم‌مسافت تبدیل می‌شود پس

$$S_{BNM} = \frac{1}{4} S_{ABC} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} S_{ABCD} \right) = \frac{1}{12} S_{ABCD}$$

۱/۵

۱۴

ثابت کنید در هر مثلث قائم‌الزاویه، اندازه میان‌ه وارد بر وتر، نصف اندازه وتر است.



ابتدا میان AM را به اندازه خودش ادامه می‌دهیم و D می‌نامیم $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است چون قطرها همدیگر را نصف کرد. اند.

از طرفی یکی از زوایا 90° است پس مستطیل است بنابراین قطرهای با هم برابرند پس

$$AM = \frac{BC}{2}$$

۱/۵

۱۵

با توجه به مساحت چندضلعی‌های شبکه‌ای، مساحت قسمت سایه‌زده را محاسبه کنید.

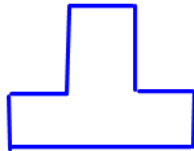
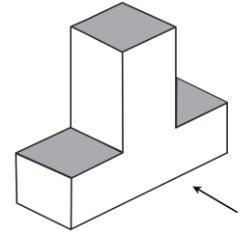
$$S_{\text{بزرگ}} = \frac{b}{p} + i - 1 = \frac{9}{4} + 13 - 1 = 14,5$$

$$S_{\text{کوچک}} = \frac{5}{4} + 3 - 1 = 4,5$$

$$S_{\text{سایه‌زده}} = 14,5 - 4,5 \rightarrow \boxed{S = 10}$$

۱/۵

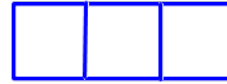
۱۶



اوپرو



صع



بالا

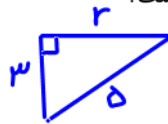
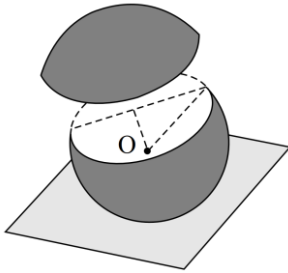
۰/۷۵

۱۷

در شکل مقابل نمای بالا، روبه‌رو و سمت چپ را رسم کنید.

صفحه P کره‌ای به مرکز O و شعاع 5 سانتی‌متر را قطع کرده است.

اگر فاصله نقطه O از صفحه 3 سانتی‌متر باشد، مساحت این سطح مقطع چقدر است؟



$$r^2 + 3^2 = 5^2 \rightarrow r = 4$$

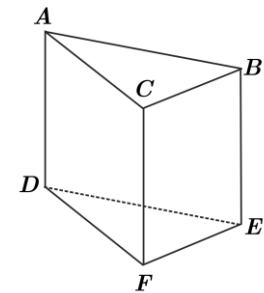
$$\pi r^2 = \pi (4)^2$$

$$\boxed{S = 14\pi}$$

۱

۱۸

منشور سه‌پهلوی روبه‌رو را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.



(الف) یک خط متنافر با CF نام ببرید. AB

(ب) یک خط موازی با CF نام ببرید. AD

(پ) دو صفحه موازی نام ببرید. DEF, ABC

۰/۷۵

۱۹

یذفا

از هر نقطه غیرواقع بر یک صفحه، چند خط می‌توان به آن صفحه عمود کرد؟

۰/۵

۲۰

موفق باشید

نمره ورقه به عدد:

نام و نام خانوادگی تجدید نظر کننده:

نام و نام خانوادگی مصمم:

نمره ورقه به مروف:

محل امضا

محل امضا