



دبیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: کلاس: دهم ریاضی و تجربی موضوع امتحان: پایانی ترم ۲ نام دبیر: امیر ناصری

۱- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. (۱)

الف) دنباله‌ای وجود ندارد که هم حسابی باشد و هم هندسی. **غ**

ب) اگر $0 < a < 1$ در این صورت $\sqrt{a} > \sqrt[3]{a}$. **غ**

ج) تابعی که برد آن تک عضوی است تابع همانی می‌نامند. **غ**

د) اولین مرحله در علم آمار جمع‌آوری اطلاعات می‌باشد. **ص**

۲- در جای خالی عبارت مناسب بنویسید. (۲)

الف) مجموعه تهی یک مجموعه **تالی** می‌باشد.

ب) مقدار عددی $\sin^2 10 + \cos^2 10$ برابر **بی** می‌باشد.

ج) اگر مقدار دل‌تا یک معادله درجه برابر یک باشد این معادله **د** ریشه حقیقی دارد.

د) مقدار عددی $0!$ برابر **ا** است.

ه) گروه خونی افراد یک متغیر **دیف** از نوع **اسعی** می‌باشد.

ی) تعداد دانشجویان یک دانشگاه یک متغیر **دیف** از نوع **سج** می‌باشد.

۳- حاصل ضرب ۲۰ جمله‌ی اول دنباله $1, 3, 9, 27, \dots$ را به صورت توان دار بنویسید. (۰.۵)

$$1 \times 3 \times 9 \times 27 \times \dots = 3^0 \times 3^1 \times 3^2 \times 3^3 \times \dots \times 3^{19} = 3^{\frac{19 \times 20}{2}} = 3^{190}$$

۴- در یک دنباله حسابی جمله دوم برابر ۱۰ و مجموع جملات اول و پنجم برابر ۲۶ است. جمله صدم این دنباله را تعیین کنید. (۱)

$$\begin{aligned} a_2 = 10 &\rightarrow a_1 + d = 10 \\ a_1 + a_5 = 26 &\rightarrow a_1 + a_1 + 4d = 26 \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} a_1 + d = 10 \\ 2a_1 + 4d = 26 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 + d = 10 \\ 2d = 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} d = 3 \\ a_1 = 7 \end{cases}$$

$$a_{100} = a_1 + 99d \rightarrow 7 + 99(3) = 304$$

۵- اگر $\sin \alpha \cdot \cos \alpha > 0, \sin \alpha \cdot \cot \alpha < 0$ در این صورت تعیین کنید زاویه α در کدام ربع یا ربع‌های دایره مثلثاتی قرار

$\sin \alpha \cdot \cot \alpha < 0$

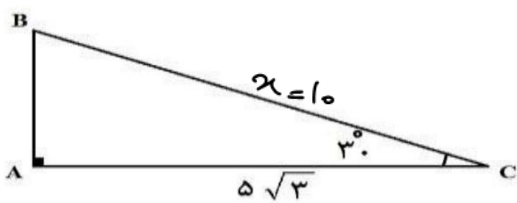
$\frac{1 \oplus}{2}$	$\frac{1 \ominus}{2}$	→	$\frac{1 \ominus}{2}$	$\frac{1 \oplus}{2}$	→	$\frac{1 \oplus}{2}$	$\frac{1 \ominus}{2}$
$\frac{1 \oplus}{2}$	$\frac{1 \oplus}{2}$	→	$\frac{1 \oplus}{2}$	$\frac{1 \oplus}{2}$	→	$\frac{1 \oplus}{2}$	$\frac{1 \oplus}{2}$

$\sin \alpha \cdot \cos \alpha > 0$

$\frac{1 \oplus}{2}$	$\frac{1 \oplus}{2}$	→	$\frac{1 \oplus}{2}$	$\frac{1 \oplus}{2}$	→	$\frac{1 \oplus}{2}$	$\frac{1 \oplus}{2}$
$\frac{1 \oplus}{2}$	$\frac{1 \oplus}{2}$	→	$\frac{1 \oplus}{2}$	$\frac{1 \oplus}{2}$	→	$\frac{1 \oplus}{2}$	$\frac{1 \oplus}{2}$

می‌گیرد. (۰.۷۵)

جواب فای ربع ۳



۶- مساحت مثلث زیر را بیابید. (۱)

$$\cos 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \frac{a}{a} = \frac{1}{2} \rightarrow a = 1$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha \rightarrow S = \frac{1}{2} \times 1 \times a\sqrt{3} \times \frac{1}{2}$$

$$S = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

۷- مخرج کسر زیر را گویا کنید. (۱)

$$\frac{x-2}{\sqrt[3]{x-2}} \times \frac{\sqrt{x^2 + 2\sqrt{x} + 4}}{\sqrt{x^2 + 2\sqrt{x} + 4}} = \frac{(x-2)(\sqrt{x^2 + 2\sqrt{x} + 4})}{x-2}$$

۸- عبارت زیر را تا حد امکان تجزیه کنید. (۰.۷۵)

$$a^6 - b^6 = (a^3 - b^3)(a^3 + b^3) = (a-b)(a^2 + ab + b^2)(a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

۹- اندازه ضلع یک مربع چقدر باشد تا مقدار محیط و مساحت آن با هم برابر شود. (۱)

$$a^2 = 4a$$

$$a^2 - 4a = 0$$

$$a(a-4) = 0 \rightarrow a = 0 \quad \underline{a = 4}$$

۱۰- یک نامعادله قدرمطلق بنویسید که مجموعه جواب آن به صورت $[1, 3]$ باشد. (۰.۷۵)

$$\left| x - \frac{a+b}{2} \right| \leq \frac{b-a}{2}$$

$$\left| x - \frac{1+3}{2} \right| \leq \frac{3-1}{2} \rightarrow |x-2| \leq 1$$

۱۱- نامعادله زیر را حل کنید. (۱)

$$P = \frac{-x^2 + 4}{x-1} \leq 0$$

$$-x^2 + 4 = 0 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$

$$x-1 = 0 \rightarrow x = 1$$

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
$-x^2+4$	-	0	+	+	0
$x-1$	-	-	0	+	+
P	+	0	-	+	0

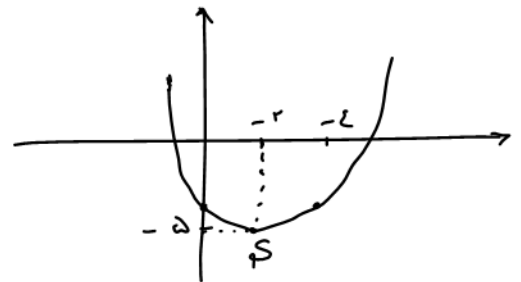
$$C: M = [-2, 1) \cup [2, +\infty)$$

۱۲- نمودار سهمی $y = x^2 + 4x - 1$ را با به دست آوردن راس سهمی و نقاط کمکی رسم کنید. (۱)

$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$y_s = (-2)^2 + 4(-2) - 1 = 4 - 8 - 1 = -5$$

x	-4	-2	0
y	-1	-5	-1



۱۳- مقادیر مجهول را طوری بیابید که رابطه‌ی زیر نمایشگر یک تابع باشد. (۱.۲۵)

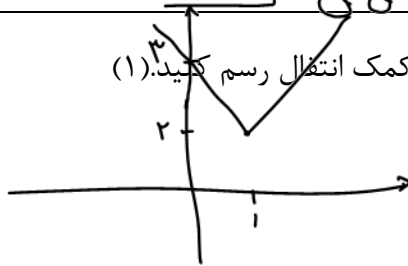
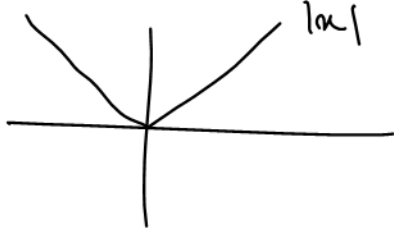
$$f = \{(-1, 2), (7, m^2 - 4m), (2, 5), (m, 6), (7, 5)\}$$

$$m^2 - 4m = 5 \rightarrow m^2 - 4m - 5 = 0$$

$$(m-5)(m+1) = 0$$

$$C: m = 5 \quad \leftarrow \quad \leftarrow \quad m = -1 \quad \leftarrow \quad C: 5, -1$$

۱۴- نمودار تابع $f(x) = |x-1| + 2$ را به کمک انتقال رسم کنید. (۱)



$$f(x) = ax + b$$

۱۵- نمودار تابعی به شکل زیر داده شده است: (۱.۵)

$$f(0) = 2 \rightarrow 0 + b = 2 \rightarrow b = 2$$

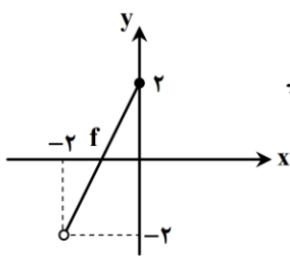
$$f(-2) = -2 \rightarrow -2a + b = -2$$

$$-2a + 2 = -2 \rightarrow -2a = -4 \rightarrow a = 2$$

$$f(x) = 2x + 2$$

$$D_f = [-2, 0]$$

$$R_f = [-2, 2]$$



الف) ضابطه جبری آنرا بنویسید.

ب) دامنه و برد آنرا تعیین کنید.

۱۶- با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ چند عدد می توان نوشت به طوریکه: (۱.۵)

تکرار مجاز

$$\frac{5}{5} \frac{4}{4} \frac{3}{3} \frac{1}{1} = 60$$

$$+ \rightarrow 156$$

(الف) عدد ۴ رقمی زوج باشد. (بدون تکرار ارقام)

تکرار مجاز

$$\frac{4}{4} \frac{4}{4} \frac{2}{2} \frac{2}{2} = 96$$

(ب) عدد ۴ رقمی بیشتر از ۴۰۰۰ باشد. (تکرار ارقام مجاز است)

ب)
$$\frac{4}{4} \frac{6}{6} \frac{6}{6} \frac{6}{6} = 432 - 1 = 431$$

۱۷- از میان ۵ دانش آموز ریاضی، ۴ دانش آموز تجربی و ۳ دانش آموز انسانی قرار است یک تیم ۳ نفره ایجاد کنیم؛ به چند طریق این کار ممکن است اگر: (۱.۵)

(الف) از هر رشته فقط یک نفر انتخاب شود.

$$\binom{5}{1} \binom{4}{1} \binom{3}{1} = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

(ب) حداقل یک نفر از رشته ریاضی انتخاب شود.

ب)
$$\binom{5}{1} \binom{7}{2} + \binom{5}{2} \binom{7}{1} + \binom{5}{3} = 5 \times 21 + 10 \times 7 + 10 = 185$$

۱۸- یک جعبه حاوی ۱۰ لامپ می باشد که ۳ تا از آنها معیوب هستند می خواهیم ۴ لامپ را به تصادف انتخاب کنیم چقدر احتمال دارد که: (۱.۵)

(الف) تعداد لامپ های معیوب بیشتر از لامپ های سالم باشد.

$$n(S) = \binom{10}{4} = \frac{10!}{4! \times 6!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times \cancel{6} \times \cancel{5} \times \cancel{4} \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times \cancel{1}}{\cancel{4} \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times \cancel{1} \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$$

(ب) دقیقا ۲ لامپ سالم انتخاب شود.

$$n(A) = \binom{3}{3} \binom{7}{1} = 1 \times 7 = 7$$

$$n(B) = \binom{7}{2} \binom{3}{2} = 21 \times 3 = 63$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{210}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{63}{210}$$

موفق باشید

۱۴۰۴۰۳۱۷

نمره ورقه به عدد:

نام و نام خانوادگی تجدید نظر کننده:

نام و نام خانوادگی مصحح:

نمره ورقه به حروف:

محل امضا

محل امضا