



دیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: کلاس: موضوع امتحان: نوبت دوم ریاضی ۲ تاریخ نام دبیر:

(۱) درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید. **هر مورد ۲۵**

الف) استدلالی که در آن با مشاهده و بررسی موضوع در چند حالت، نتیجه‌ای کلی از آن گرفته می‌شود؛ یعنی از جزء به کل می‌رسیم، استدلال استنتاجی نامیده می‌شود. **غلط**

ب) $\cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \cos \alpha$ **غلط**

پ) تابع $y = \sqrt{x}$ در نقطه $x = 0$ حد دارد. **غلط**

ت) اگر به تمام داده‌های آماری، ۶ واحد اضافه کنیم، میانگین تغییری نمی‌کند. **غلط**

(۲) در جاهای خالی عدد یا عبارت مناسب بنویسید. **هر مورد ۲۵**

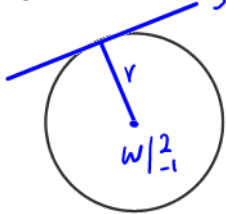
الف) اگر دو خط موازی هم باشند آنگاه شیب آن دو خط **برابر** است.

ب) هر نقطه که از دو سر پاره‌خط به یک فاصله باشد روی **عمود منصف** قرار دارد.

پ) برای رسم نمودار وارون یک تابع کافی است قرنیه نمودار آن تابع را نسبت به **خط $x=y$** رسم کرد.

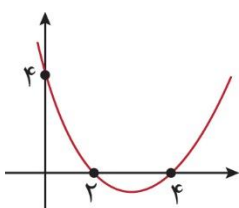
ت) دو پیشامد A و B **مستقل** هستند هرگاه وقوع هر یک بر احتمال وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد.

(۳) خط $L: 3x - 4y = 0$ بر دایره‌ای به مرکز $W(2, -1)$ مماس است. شعاع دایره را بیابید. **۰/۷۵**



$$r = \frac{|3(2) - 4(-1)|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

(۴) ضابطه جبری سهمی زیر را بنویسید. **۱**



$$y = a(x-2)(x-4)$$

۴ **اصرف داده شود** $\Rightarrow 4 = a(-2)(-4) \Rightarrow 4 = 8a \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

$$y = \frac{1}{2}(x-2)(x-4) \Rightarrow y = \frac{1}{2}(x^2 - 6x + 8) = \frac{x^2}{2} - 3x + 4$$

(۵) معادله $2\sqrt{2x-1}-1=x$ را حل کنید.

(۱ نمره) $2\sqrt{2x-1} = x+1$ ۰/۲۵

توان ۲ $\Rightarrow 4(2x-1) = x^2+2x+1$

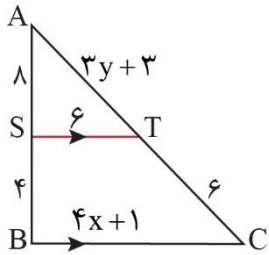
$\Rightarrow 0 = x^2-6x+5$ ۰/۲۵

$\Rightarrow \begin{cases} x=1 \rightarrow \checkmark \end{cases}$ ۰/۲۵

$\Rightarrow \begin{cases} x=5 \rightarrow \checkmark \end{cases}$ ۰/۲۵

(۶) در شکل مقابل $ST \parallel BC$ است. x و y را بیابید.

(۱/۵ نمره)



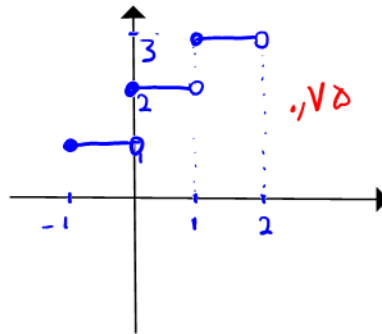
خوب خرد $\frac{AS}{SB} = \frac{AT}{TC} \Rightarrow \frac{3y+3}{4} = \frac{8}{6} \Rightarrow 12 = 3y+3 \rightarrow y=3$ ۰/۲۵

خوب بطل $\frac{AS}{AB} = \frac{ST}{BC} \Rightarrow \frac{3y+3}{4+3y+3} = \frac{6}{4x+1} \Rightarrow \frac{2}{8} = \frac{6}{4x+1} \Rightarrow 4x+1 = 9 \Rightarrow x=2$ ۰/۲۵

(۱ نمره)

(۷) تابع با ضابطه $f(x) = [x] + 2$ را با دامنه $[-1, 2)$ رسم کنید.

$[x] = -1 \Rightarrow y = -1 + 2 = 1$ ۰/۲۵
 $-1 < x < 0$
 $[x] = 0 \Rightarrow y = 0 + 2 = 2$ ۰/۲۵
 $0 < x < 1$
 $[x] = 1 \Rightarrow y = 1 + 2 = 3$ ۰/۲۵
 $1 < x < 2$



(۰/۷۵ نمره)

(۸) الف ضابطه وارون تابع $f(x) = \frac{2}{3}x - 4$ را بیابید. ۰/۲۵

$y + 4 = \frac{2}{3}x \xrightarrow{\times 3} 3y + 12 = 2x \Rightarrow x = \frac{3}{2}y + 6$ ۰/۲۵
 جای x در عوض شوند $y = \frac{3}{2}x + 6$

ب) آیا توابع درجه ۲، یک به یک هستند؟ چرا؟ ۰/۲۵
 خط افقی، سهمی را می توان در بیش از یک نقطه قطع کند ۰/۲۵

پ) اگر $f = \{(2, 5)(3, 4)(5, -2)\}$ و $g = \{(2, 4)(-1, 3)(4, 2)(3, -1)\}$ باشد، $f+g$ را بیابید. (۰/۵ نمره)

$f+g = \{(2, 9)(3, -7)\}$ ۰/۲۵

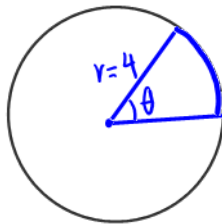


دبیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: کلاس: موضوع امتحان: نوبت دوم ریاضی ۲ تاریخ نام دبیر:

۹) دایره‌ای به شعاع ۴ سانتی‌متر داده شده است. اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمانی به طول π سانتی‌متر از این

(۱ نمره)



$$l = r\theta \rightarrow \pi = 4\theta \rightarrow \theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

$$\theta = \frac{\pi}{4} \times \frac{180}{\pi} = 45^\circ$$

دایره چند درجه است؟

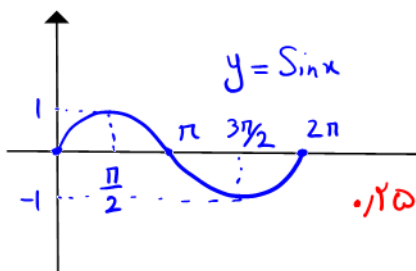
(۱/۲۵ نمره)

۱۰) مقدار $\sin(240^\circ)$ را بیابید.

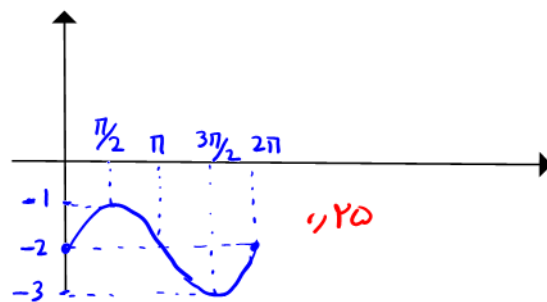
$$\sin 240 = \sin(180+60) = -\sin 60 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

(۵/۰ نمره)

۱۱) نمودار $y = \sin(x) - 2$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.



۲ واحد پایین



(۲ نمره)

۱۲) هر یک از معادلات زیر را حل نمایید.

$$1) 2^{3n-2} = 32 \Rightarrow 2^{3n-2} = 2^5 \Rightarrow 3n-2=5 \rightarrow n = \frac{7}{3}$$

$$2) \log_{\frac{1}{10}}(x^2 - 21) = -2 \Rightarrow x^2 - 21 = \left(\frac{1}{10}\right)^{-2} = 100 \Rightarrow x^2 = 121 \Rightarrow \begin{cases} x = 11 \\ x = -11 \end{cases}$$

(۱ نمره)

۱۳) اگر $\log 2 \approx 0.3$ و $\log 3 \approx 0.5$ ، مقدار تقریبی $\log 6$ را بیابید.

$$\log 6 = \log 2 \times 3 = \log 2 + \log 3 = \frac{0.3}{0.5} = \frac{0.8}{1.0}$$

(۱/۷۵ نمره)

۱۴) حاصل هر یک از حدهای زیر را بیابید.

الف) $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x}{[x]} = \frac{-2}{[-2^+]} = \frac{-2}{-2} = 1$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 6x + 8} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+3)}{(x-2)(x-4)} = \frac{5}{-2}$

(۱ نمره)

۱۵) پیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} -2x+2 & x \leq 0 \\ x^2+2 & x > 0 \end{cases}$ را در نقطه $x=0$ بررسی کنید.

$f(0) = 2$ (مقدار تابع)
 حد راست: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 + 2 = 2$
 حد چپ: $\lim_{x \rightarrow 0^-} -2x + 2 = 2$
 چون $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) = 2$ ، پس تابع پیوسته است.

۱۶) فرض کنید در یک سال احتمال قهرمانی تیم ملی فوتبال ایران در آسیا برابر ۰/۵ و احتمال قهرمانی تیم ملی والیبال ایران در آسیا برابر ۰/۸ باشد. با چه احتمالی حداقل یکی از تیمها قهرمان خواهد شد؟

(۱ نمره)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{5}{10} + \frac{8}{10} - \left(\frac{5}{10} \times \frac{8}{10} \right) = \frac{90}{100}$$

(۱/۵ نمره)

۱۷) میانگین، میانه، واریانس و ضریب تغییرات داده‌های زیر را بیابید.

۵ و ۱۰ و ۱۵ و ۲۰ و ۲۵

$$\bar{x} = \frac{5+10+15+20+25}{5} = 15$$

$$Q_2 = 15$$

$$\sigma^2 = \frac{(5-15)^2 + (10-15)^2 + (15-15)^2 + (20-15)^2 + (25-15)^2}{5} = 50$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{50}}{15} = \frac{5\sqrt{2}}{15} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

نام و نام خانوادگی مصمم: نام و نام خانوادگی تجدید نظر کننده: شماره ورقه به عدد:

محل امضا محل امضا شماره ورقه به حرف:

موفق باشید