



## دبیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام دبیر: ناصری

نام و نام خانوادگی: ..... کلاس: یازدهم ریاضی موضوع امتحان: آمار و احتمال

۱- درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (۱)

الف) گزاره یک جمله خبری است که ارزش آن درست یا نادرست می‌باشد. ✓

ب) اگر دو پیشامد باهم رخ ندهند آنها را دو پیشامد مستقل می‌نامند. ✗

ج) به داده‌ای که بیشترین فراوانی و تکرار را دارد مد می‌گویند. ✓

د) اگر تمام داده‌ها را در عدد ۳ ضرب کنیم انحراف معیار ۶ برابر می‌شود. ✗

۲- جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. (۱)

الف) به گزاره‌ای که در تمام حالات منطقی درست باشد گزاره تائیدی می‌گویند.ب) در جوامعی که داده دورافتاده داریم بهتر است از میانگین... به جای میانگین استفاده کنیم. (میان-واریانس-مد)ج) اگر یک روش نمونه‌گیری از یک روش ایده‌آل فاصله بگیرد و به سمت خاصی منحرف شود به آن نمونه‌گیری اریب... می‌گویند. (اریب-نااریب)د) احتمال رخ دادن پیشامد A به شرط رخ دادن B را با نماد  $P(A|B)$  نشان می‌دهند.

۳- به کمک جدول ارزش هم‌ارزی زیر را اثبات کنید. (۱.۲۵)

$$(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
د	د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	ن
ن	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د	د

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\equiv}$   
 هم‌ارز منطقی اند.

۴- ابتدا ارزش گزاره زیر را تعیین کنید و سپس نقیض آنرا بنویسید. (۱)

$$\forall y \in \mathbb{R}, y^2 > 0 \rightarrow \text{غلط} \because y=0 \Rightarrow 0 \neq 0$$

$$\exists y \in \mathbb{R}, y^2 \leq 0$$

۵- حکم زیر را به روش جبر مجموعه‌ها ثابت کنید. (۱)

$$(A-B) \cup (B \cap A) = A$$

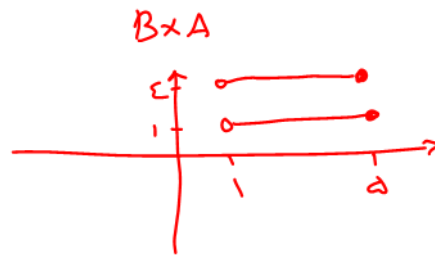
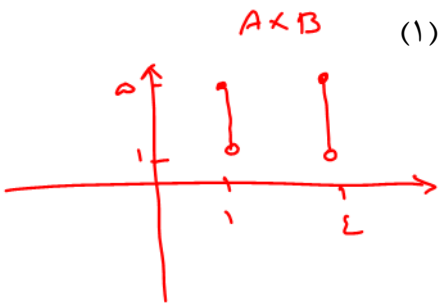
$$(A \cap B') \cup (B \cap A) = (A \cap B') \cup (A \cap B) = A \cap (B' \cap B) = A \cap U = A$$

۶- اگر ۳ عضو از مجموعه‌ی A کم کنیم از تعداد زیر مجموعه‌های آن ۱۱۲ تا کم می‌شود. تعیین کنید این مجموعه چند عضو دارد؟ (۱.۲۵)

$$2^n - 2^{n-3} = 112 \rightarrow 2^{n-3} (2^3 - 1) = 112$$

$$2^{n-3} \times 7 = 112 \rightarrow 2^{n-3} = 16 \rightarrow n = 7$$

۷- اگر  $A = \{1, 4\}$ ,  $B = (1, 5]$  در این صورت نمودار  $A \times B$  و  $B \times A$  را رسم کنید. (۱)



۸- اعداد ۱۱ تا ۱۰۰ را روی کارتهایی می‌نویسیم و به تصادف یک کارت از میان آنها انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه عدد منتخب بر ۳ بخشیدیر باشد ولی بر ۵ نباشد، چقدر است؟ (۱.۲۵)

$$n(S) = \frac{100 - 11}{1} + 1 = 90$$

$$n(A) = \frac{99 - 12}{3} + 1 = 30$$

$$n(A \cap B) = \frac{90 - 15}{15} + 1 = 7$$

$$P(A-B) = P(A) - P(A \cap B) \rightarrow P(A-B) = \frac{30}{90} - \frac{7}{90} = \frac{23}{90}$$

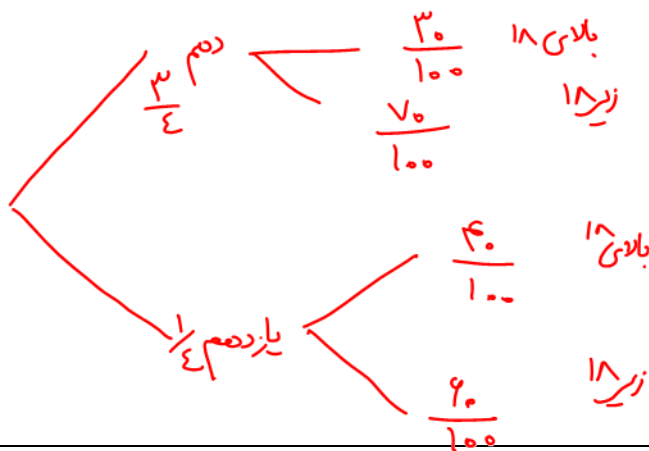
۹- تاسی طوری ساخته شده است که احتمال وقوع اعداد اول دو برابر احتمال وقوع سایر اعداد است. در این صورت تعیین کنید چقدر احتمال دارد عدد ۱ یا ۲ ظاهر شود؟ (۱.۲۵)

$$x + 2x + 2x + x + 2x + x = 1$$

$$9x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{9}$$

جواب:  $P(1) + P(2) = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

۱۰- تعداد دانش آموزان کلاس دهم ۳ برابر تعداد دانش آموزان کلاس یازدهم می باشد. اگر ۳۰ درصد دانش آموزان دهمی و ۴۰ درصد دانش آموزان یازدهمی معدل بالای ۱۸ داشته باشند؛ اگر یک نفر را به تصادف انتخاب کنیم چقدر احتمال دارد دانش آموز انتخابی معدل بالای ۱۸ داشته باشد. (۱.۵)



$$P(\text{بالای } 18) = \frac{3}{4} \times \frac{30}{100} + \frac{1}{4} \times \frac{40}{100}$$

$$= \frac{90}{400} + \frac{40}{400} = \frac{130}{400}$$

۱۱- سکه سالمی را ۳ بار پرتاب می کنیم. اگر A مشاهده رو در پرتاب اول و B مشاهده دو پشت به صورت متوالی باشد. مستقل یا وابسته بودن پیشامد را بررسی کنید. (۱.۵)

$$A = \{RPP, RRP, RPR, RRR\} \quad P(A) = \frac{1}{2}$$

$$B = \{PPR, RPP, PPP\} \quad P(B) = \frac{3}{8}$$

$$A \cap B = \{RPP\} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

چون؟ بنابر وابسته اند.  $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \rightarrow \frac{1}{8} \neq \frac{1}{2} \times \frac{3}{8}$

۱۲- اگر  $P(A-B) = \frac{1}{2}, P(A) = \frac{3}{4}$  در این صورت مقدار عددی  $P(B|A)$  را حساب کنید. (۱)

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3} \quad \checkmark$$

$$P(A-B) = \frac{1}{2} \rightarrow P(A-B) = P(A) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

۱۳- برای داده‌های ۱ و ۳ و ۴ و ۷ و ۱۰ معیار پراکندگی واریانس و انحراف معیار را به دست آورید. (۱.۵)

$$\bar{x} = \frac{1+3+4+7+10}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

$$s^2 = \frac{(1-5)^2 + (3-5)^2 + (4-5)^2 + (7-5)^2 + (10-5)^2}{5} = \frac{16+4+1+4+25}{5} = 10$$

$$s = \sqrt{10}$$

۱۴- برای داده‌های ۱۱ و ۱۴ و ۱۰ و ۹ و ۱۸ و ۲۰ و ۱۶ و ۱۳ و ۲ و ۱۰ و ۲ چارک اول، دوم و سوم را بیابید سپس نمودار جعبه‌ای آنرا رسم کنید. (۱.۵)

مرتبه‌سازی: ۲, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۳, ۱۴, ۱۶, ۱۸, ۲۰ →  $Q_2 = 12$   
 $Q_1 = 9$        $Q_3 = 14$



۱۵- نمونه‌گیری خوشه‌ای را توضیح دهید و یک مثال بزنید. (۱.۵)

نمونه‌گیری است که در آن واحدهای نمونه‌گیری اولیه در جامعه‌ی سره یا خوشه‌ها هستند. سپس سعی می‌کنیم واحدهای آماری خوشه‌ای انتخاب شده را به عنوان نمونه مدنظر قرار دهیم.

۱۶- اگر انحراف معیار جامعه‌ای متناهی برابر ۵ باشد برای اندازه نمونه‌های ۱۰۰ و ۲۵۰۰ مطلوب است؛ (۱.۵)

الف) انحراف معیار برآورد میانگین جامعه را بیابید؟  
 $n = 100 \rightarrow \frac{s}{\bar{x}} = \frac{5}{\sqrt{100}} = \frac{5}{10} = 0.5$

ب) از مقایسه دو جواب چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟  
 $n = 2500 \rightarrow \frac{s}{\bar{x}} = \frac{5}{\sqrt{2500}} = \frac{5}{50} = 0.1$

هرچه نمونه بزرگتر، خطای کمتر می‌شود، در نهایت برآورد دقیق‌تر است.

۱۴۰۶۰۳۱۹  
 موفق باشید

نام و نام خانوادگی مصحح: نام و نام خانوادگی تجدید نظر کننده: شماره ورقه به عدد: .....

محل امضا محل امضا شماره ورقه به حروف: .....