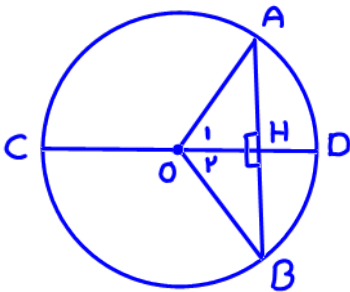
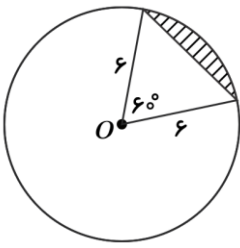




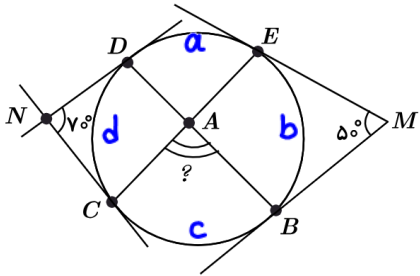
دیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: کلاس: یازدهم ریاضی موضوع امتحان: هندسه ۲ نام دبیر: محمد کریمی

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.	۱
	الف دو دایره متقاطع دارای ۲ مماس مشترک داخلی می باشد. نادرست	الف
	ب مرکز دایره محیطی مثلث محل تلاقی نیمساز زوایای داخلی مثلث می باشد. نادرست	ب
	پ کایت یک چهار ضلعی محیطی است. درست	پ
	ت بازتاب همواره شیب خط را حفظ میکند. نادرست	ت
۱	جاهای خالی را با اعداد یا عبارات مناسب تکمیل کنید.	۲
	الف مساحت ذوزنقه ای با قاعده های ۴ و ۹ که هم محیطی است و هم محاطی برابر ۳۹ می باشد.	الف
	ب دو دایره در حالت مماس بیرونی دارای ۳ مماس مشترک می باشد.	ب
	پ یک چند ضلعی محاطی است اگر و تنها عمود منصف اضلاع آن همرس باشند.	پ
	ت اگر خط المرکزین دو دایره با شعاع های ۴ و ۷ واحد برابر ۳ باشد وضعیت دو دایره مماس درونی می باشد.	ت
۰/۵	تبدیل طولیا را تعریف کنید. تبدیلی که طول پاره خط را حفظ کند تبدیل طولیا نامیده می شود.	۳
	ثابت کنید اگر قطری از دایره بر وتری عمود باشد آن وتر و کمان نظیرش را نصف می کند.	
۱/۵	 $\begin{cases} H_1 = H_2 = 90^\circ \\ OA = OB = R \\ OH = OH \end{cases} \xrightarrow{\text{وض}} \begin{cases} \hat{O}AH \cong \hat{O}BH \rightarrow AH = BH \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \quad \widehat{AD} = \widehat{BD} \end{cases}$	۴
	با توجه به شکل مقابل مساحت ناحیه هاشور خورده را محاسبه کنید.	
۱	 $S_{\text{هاشور}} = \left(\frac{\pi (6)^2 \times 60}{360} \right) - \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ $S_{\text{هاشور}} = 4\pi - 9\sqrt{3}$	۵

با توجه به شکل مقابل اندازه زاویه A را محاسبه کنید.



$$\frac{a+b+c-d}{r} = 70 \rightarrow a+b+c-d = 14r$$

$$\frac{a+d+c-b}{r} = 50 \rightarrow a+d+c-b = 100$$

$$2a + 2c = 24r$$

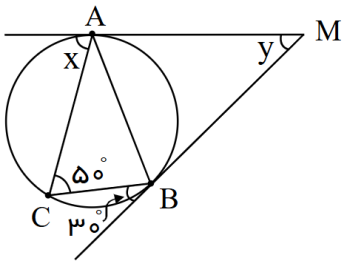
$$a + c = 12r$$

$$\hat{A} = \frac{a+c}{r} = \frac{12r}{r} = 120^\circ$$

۱/۵

۶

با توجه به شکل مقابل مقادیر X و Y را محاسبه کنید.



$$\widehat{BC} = 40^\circ, \widehat{AB} = 100^\circ$$

$$AC = 340 - 40 - 100 = 200^\circ$$

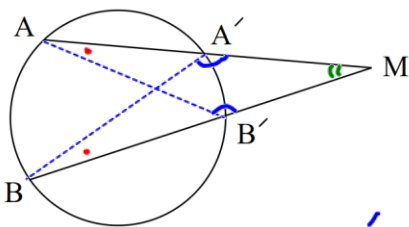
$$\hat{x} = \frac{200}{r} = 100^\circ$$

$$\hat{y} = \frac{240 - 100}{r} = 80^\circ$$

۱/۵

۷

با توجه به شکل مقابل رابطه مقابل را ثابت کنید: $MA \times MA' = MB \times MB'$



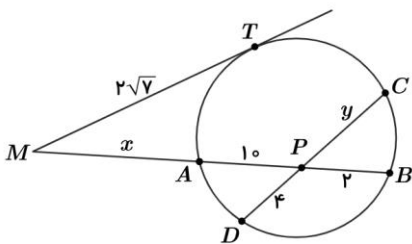
$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{B} = \frac{\widehat{A'B'}}{r} \\ m = m \end{cases} \Rightarrow \widehat{MA'B'} \sim \widehat{MBA'}$$

$$\frac{MB'}{MA'} = \frac{AB'}{A'B} = \frac{MA}{MB} \rightarrow MA \times MA' = MB \times MB'$$

۱

۸

با توجه به شکل مقابل مقادیر X و Y را محاسبه کنید. (MT مماس بر دایره است)



$$r \times y = 2 \times 10 \rightarrow y = 2$$

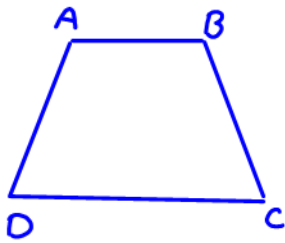
$$(2\sqrt{y})^2 = x(x+10) \rightarrow 28 = x^2 + 10x$$

$$x^2 + 10x - 28 = 0 \rightarrow (x+14)(x-2) = 0 \begin{cases} x = -14 \times \\ x = 2 \checkmark \end{cases}$$

۱/۵

۹

ثابت کنید اگر یک ذوزنقه متساوی الساقین باشد آنگاه محاطی است.



و بزرگی ذوزنقه $\hat{A} + \hat{D} = 180$ $\xrightarrow{\hat{C} = \hat{D}}$ $\hat{A} + \hat{C} = 180$

چون دو زاویه مقابل مکمل هستند پس چهار ضلعی محاطی است.

۱/۵

۱۰

اگر مساحت یک مثلث برابر ۲۰ و شعاع های دایره های محاطی خارجی ۶ و ۵ و ۱۲ باشند محیط مثلث را بیابید.

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r} \rightarrow \frac{1}{12} + \frac{1}{5} + \frac{1}{y} = \frac{1}{r} \rightarrow \frac{5+12+y}{y} = \frac{1}{r}$$

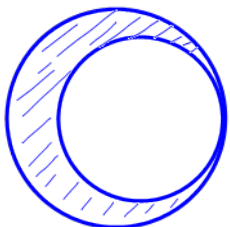
$$\frac{20}{y} = \frac{1}{r} \rightarrow r = \frac{y}{20} = \frac{y_0}{9} \quad \frac{S}{P} = \frac{y_0}{9} \rightarrow \frac{y_0}{P} = \frac{y_0}{9} \rightarrow P=9$$

$$2P=18$$

۱

۱۱

اگر خط مرکزین دو دایره مماس درونی برابر ۲ سانتی متر و مساحت ناحیه محدود بین آنها برابر 16π سانتی متر مربع باشد طول شعاع های دو دایره را بدست آورید.



$$\pi R^2 - \pi r^2 = 14\pi \rightarrow R^2 - r^2 = 14 \rightarrow (R-r)(R+r) = 14$$

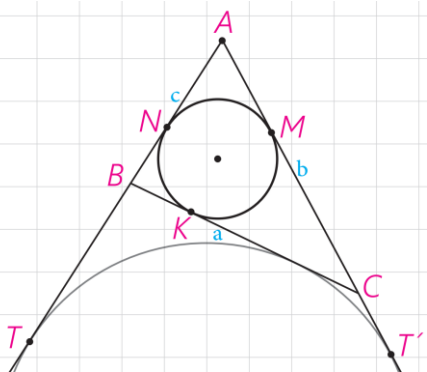
$$R+r=8$$

$$\begin{cases} R+r=8 \\ R-r=2 \end{cases} \rightarrow 2R=10 \rightarrow R=5, r=3$$

۱/۵

۱۲

با توجه به شکل مقابل ثابت کنید: $AM=AN=P-a$



$$\begin{cases} AN \\ AM = b - c \\ AN = c - BN \end{cases}$$

$$2AN = b + c - (cM + BN)$$

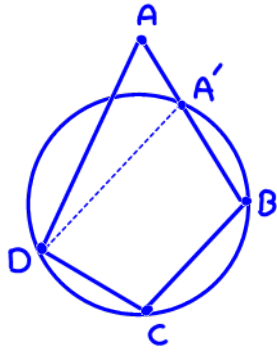
$$2AN = b + c - a + a - \alpha$$

$$2AN = 2P - 2a \rightarrow AN = P - a$$

۱/۵

۱۳

ثابت کنید اگر دو زاویه مقابل یک چهارضلعی مکمل باشند آن چهارضلعی محاطی است.



فرض خلف: فرض می‌کنیم چهارضلعی محاطی نیست

نقطه A' روی دایره در نظر می‌گیریم پس A'BCD محاطی است.

فرض مساوی $\hat{A} + \hat{C} = 180$

$\hat{A}' + \hat{C} = 180 \rightarrow \hat{A} = \hat{A}' \quad \times$

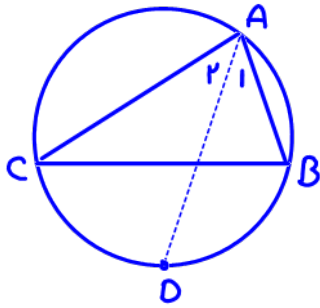
فرض خلف باطل و حکم برقرار است.

۱/۵

۱۴

ثابت کنید نیمساز زاویه داخلی یک مثلث و عمود منصف ضلع روبروی آن یکدیگر را روی دایره محیطی قطع می‌کنند.

ابتدا نیمساز زاویه A را رسم می‌کنیم تا دایره را در D قطع کند.



$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \rightarrow \frac{\widehat{BD}}{2} = \frac{\widehat{CD}}{2} \rightarrow \widehat{BD} = \widehat{CD} \rightarrow BD = CD$

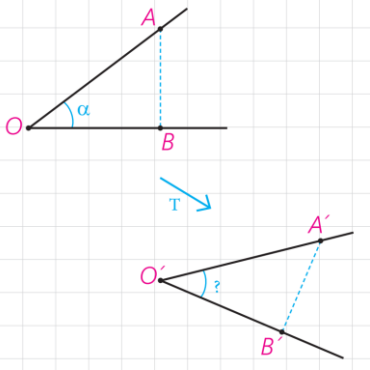
چون فاصله D از دو سر پایه خط BC به یک اندازه است پس عمود منصف

BC نیز از D می‌گذرد.

۱/۵

۱۵

ثابت کنید هر تبدیل طولیا اندازه زاویه را حفظ می‌کند.



$$\begin{cases} OA = O'A' \\ OB = O'B' \\ AB = A'B' \end{cases} \xrightarrow{\text{فرض ض}} \triangle OAB \cong \triangle O'A'B' \rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$$

۱

۱۶

موفق باشید