



دیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: پا... سقا... کلاس: یازدهم ریاضی موضوع امتحان: آمار و احتمال نام دبیر: ناصری

۱- گزاره یا گزاره نبودن عبارت‌های زیر را مشخص کنید. (۰.۵)

الف) علی دانش آموز قد بلندی است. نادره نیست

ب) عدد ۲ مرکب است. نادره است.

۲- ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید. (۱)

الف) $\pi \in \mathbb{Q} \Leftrightarrow 3 + 2 = 5$ نادره است

ب) عدد ۳ اول است و ۲ عددی زوج است. درست

ج) عدد ۵ مربع کامل است یا ۳ عددی گنگ است. نادره است.

د) اگر ۲ کوچکتر از ۳ باشد آنگاه ۲ فرد است. نادره است.

۳- جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. (۱)

الف) $\sim(\sim p) \equiv p$

ب) به یک گزاره که در تمام حالات منطقی جواب درست داشته باشد را گزاره راست می‌گویند.

ج) تعداد زیر مجموعه‌های محض مجموعه تهی برابر ۰ است. (۱ - ۰)

د) مجموع احتمال تمام برآمدهای ممکن در یک آزمایش تصادفی برابر ۱ است. (۱ - ۰)

۴- جدول ارزش گزاره زیر را بنویسید. (۲)

$$[\sim p \wedge (p \Rightarrow q)] \Leftrightarrow \sim p$$

p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \wedge (p \Rightarrow q)$	$(\sim p \wedge (p \Rightarrow q)) \Leftrightarrow \sim p$
د	د	ن	>	ن	د
د	ن	ن	ن	ن	د
ن	د	د	>	د	د
ن	ن	د	>	د	د

۵- ثابت کنید اگر $a \in \mathbb{Z}$ و a^2 عددی فرد باشد در این صورت a نیز فرد است. (۱.۵)

از قانون عکس نقیض بعد مبرهنیم:

$$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$

$$a = 2k \rightarrow a^2 = 4k^2 \rightarrow a^2 = 2(2k^2) \rightarrow a^2 = 2q$$

۶- ابتدا ارزش گزاره سوری زیر را تعیین و سپس نقیض آنرا بنویسید. (۱.۵)

لرزش کنی: درست.

$$(\forall p \in \mathbb{R}; p^2 + p + 10 \neq 0) \vee (\exists x \in \mathbb{Z}; x - 3 \geq 6)$$

نقیض:

$$\left[(\exists p \in \mathbb{R}; p^2 + p + 10 = 0) \wedge (\forall x \in \mathbb{Z}; x - 3 < 6) \right]$$

۷- تعداد زیر مجموعه‌های اکید یک مجموعه k عضوی به تعداد 2^k زیر مجموعه بیشتر از تعداد کل زیر مجموعه‌های $k-2$ عضوی است، مقدار k را بیابید. (۱.۵)

$$2^k - 1 - 2^{k-2} = 2^3 \rightarrow 2^k - 2^{k-2} = 2^4$$

$$2^{k-2}(4 - 1) = 2^4 \rightarrow 2^{k-2} = 8 \rightarrow k - 2 = 3 \rightarrow k = 5$$

$$A - B = A \cap B'$$

۸- قانون تبدیل را بنویسید و به روش عضوگیری اثبات کنید. (۲)

① $x \in (A - B) \rightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \rightarrow (x \in A \wedge x \in B') \rightarrow x \in (A \cap B')$
 $A - B \subseteq A \cap B' \quad \text{I}$

② $x \in (A \cap B') \rightarrow (x \in A \wedge x \in B') \rightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \rightarrow x \in (A - B)$
 $\rightarrow A \cap B' \subseteq A - B \quad \text{II}$

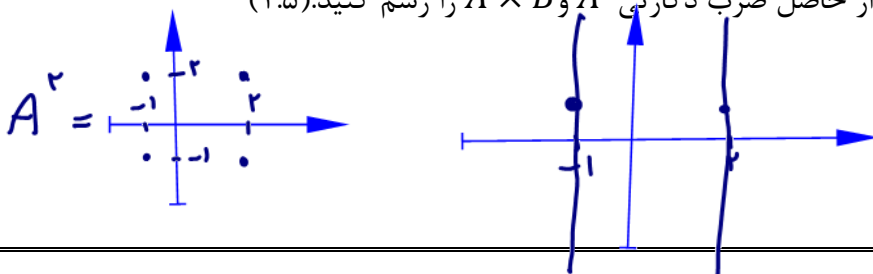
①, ② $A - B = A \cap B'$

۹- به کمک قوانین جبر مجموعه‌ها ثابت کنید تساوی زیر برقرار است. (۱.۵)

$$(A - B)' = B \cup A'$$

$$(A - B)' \stackrel{\text{تبدیل}}{=} (A \cap B')' \stackrel{\text{دوگان}}{=} A' \cup B \stackrel{\text{جابجایی}}{=} B \cup A'$$

۱۰- اگر $A = \{-1, 2\}$ و $B = \mathbb{R}$ نمودار حاصل ضرب دکارتی A^2 و $A \times B$ را رسم کنید. (۱.۵)



۱۱- هر یک از اعداد طبیعی ۱ تا ۱۰۰ را روی کارتهایی می‌نویسیم و به تصادف کارتی را استخراج می‌کنیم به چه احتمالی عدد انتخاب شده مضرب ۴ یا ۶ است؟ (۱.۵)

$$n(S) = 100 - 11 + 1 = 90$$

ع
مضرب ۶

$$n(A) = \frac{100 - 12}{6} + 1 = 23$$

مضرب ۴

$$n(B) = \frac{99 - 12}{4} + 1 = 15$$

$$n(A \cap B) = \frac{99 - 12}{12} + 1 = 8$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{23}{90} + \frac{15}{90} - \frac{8}{90}$$

$$= \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$$

۱۲- تعیین کنید کدام یک از موارد زیر مربوط به علم آمار و کدام یک مربوط به علم احتمال است. (۰.۵)

الف) چه تعداد از دانش‌آموزان کلاس شما به ورزش شنا علاقه دارند؟ علم آمار

ب) در پرتاب تاس چقدر ممکن است عدد زوج بیاید؟ علم احتمال

۱۳- اگر $P(A \cup B) = \frac{6}{8}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ و $P(A') = \frac{3}{8}$ و $P(B)$ چند است. (۱.۵)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow \frac{6}{8} = \frac{5}{8} + P(B) - \frac{1}{3} \Rightarrow$$

$$\frac{12 - 15 + 8}{24} = P(B) \rightarrow P(B) = \frac{5}{24}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(A - B) = \frac{5}{8} - \frac{1}{3} = \frac{15 - 8}{24} = \frac{7}{24}$$

۱۴- یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال آمدن اعداد زوج دو برابر احتمال آمدن اعداد فرد است احتمال آمدن

عدد ۴ را تعیین کنید. (۱)

$$x + 2x + x + 2x + x + 2x = 1 \rightarrow 9x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{9}$$

ع
آین عدد

$$P(E) = 2x = 2 \times \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$$

۱۵- در یک تجربه تصادفی $S = \{x, y, z\}$ فضای نمونه‌ای است. اگر $p(x), p(y), p(z)$ یک دنباله حسابی با قدرنسبت $\frac{1}{4}$

باشند، احتمال وقوع هر یک از این پیشامدها را تعیین کنید. (۱.۵)

$$P(x) + P(x) + \frac{1}{4} + P(x) + \frac{2}{4} = 1$$

$$3P(x) = \frac{1}{4} \rightarrow P(x) = \frac{1}{12}$$

$$P(y) = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{3}$$

$$P(z) = \frac{2}{4} + \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$$

..... شماره ورقه به عدد:

نام و نام خانوادگی تمديد نظر کننده:

نام و نام خانوادگی مصمم:

..... شماره ورقه به حرف:

محل امضا

محل امضا