



دبیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: پاسخنامه ..... کلاس: دهم ..... موضوع امتحان: ریاضی دهم تجربی / ریاضی نام دبیر: امیر ناصری

۱- درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید. (۱)

الف) متمم مجموعه اعداد گنگ برابر مجموعه اعداد گویا است. ✓

ب) زاویه ۱۵۰- درجه در ربع سوم دایره مثلثاتی قرار می‌گیرد. ✓

ج) هر عدد حقیقی مثبت دارای ۲ ریشه دوم است که قرینه یکدیگرند. ✓

د) اگر مقدار  $\Delta$  در یک معادله درجه ۲ منفی باشد در این صورت معادله دارای ریشه مضاعف است.  $\times$  ← مقادیر حقیقی ندارند

۲- جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. (۱)

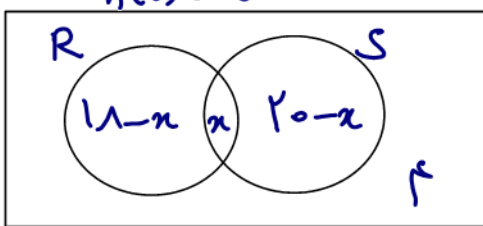
الف) دنباله ناپایه ..... به عنوان یک دنباله حسابی و هندسی شناخته می‌شود.

ب) بازه (۰، ۱) به عنوان یک مجموعه نامتناهی ..... می‌باشد. (متناهی - نامتناهی)

ج) اگر  $\sin \theta = \cos 75^\circ$  در این صورت مقدار  $\theta$  برابر است با ۱۵ .....

د) اگر  $0 < a < 1$  در این صورت  $a^3 > a^2$  ( $>$ ،  $<$ )

۳- در یک کلاس ۳۰ نفری ۱۸ نفر علاقه‌مند به درس ریاضی و ۲۰ نفر به درس شیمی علاقه دارند؛ اگر ۴ نفر به هیچ یک از این دروس علاقه نداشته باشند در این صورت مطلوب است محاسبه تعداد کسانی که: (۱.۲۵)



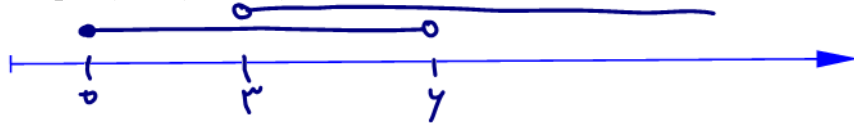
الف) به هر دو درس علاقه دارند؟  $11 - x + x + 20 - x + x = 30$

ب) فقط به درس ریاضی علاقه داشته باشند؟  $42 - x = 30 \rightarrow x = 12$  (الف)

ج)  $11 - 12 = 4$

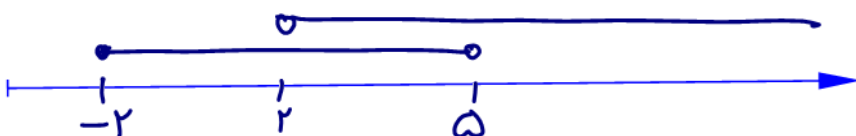
۴- حاصل هر یک از عبارتهای زیر را با رسم محور اعداد مشخص کنید. (۱.۵)

الف)  $[0, 6) \cap (3, +\infty)$



$(3, 6)$

ب)  $[-2, 5) - (2, +\infty)$



$[-2, 2]$

۵- در یک دنباله حسابی اگر مجموع جملات دوم و سوم برابر ۸ و جمله ششم برابر ۱۱ باشد در این صورت دنباله را

مشخص کنید. (۱.۵)

$$\begin{aligned} a_2 + a_3 = 8 &\rightarrow 2a_1 + 3d = 8 \\ a_6 = 11 &\rightarrow a_1 + 5d = 11 \end{aligned} \quad \xrightarrow{\times(-2)} \quad \left. \begin{aligned} 2a_1 + 3d &= 8 \\ -2a_1 - 10d &= -22 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} -7d &= -14 \\ d &= 2 \quad a_1 = 1 \end{aligned}$$

$$a_n = 2n - 1$$

۶- اگر  $x + 1, x + 3, x + 7$  سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند. در این صورت ابتدا مقدار  $x$  سپس

قدرنسبت دنباله هندسی را پیدا کنید. (۱.۲۵)

$$b^2 = a \cdot c$$

$$(x+3)^2 = (x+1)(x+7)$$

$$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 8x + 7$$

$$2 = 2x \rightarrow x = 1$$

$$2, 4, 8$$

$$r = 2$$

۷- معادله خطی را بنویسید که با جهت منفی محور  $x$  ها زاویه  $120^\circ$  درجه می سازد و از نقطه  $(0, 2)$  عبور می کند. (۱)

$$\tan 40^\circ = \sqrt{3}$$

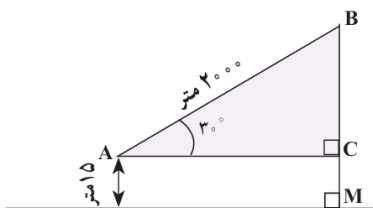
$$y = ax + b$$

$$y = \sqrt{3}x + b \quad \xrightarrow{(0, 2)} \quad 2 = 0 + b \rightarrow b = 2$$

$$y = \sqrt{3}x + 2$$

۸- یک موشک از ارتفاع ۱۵ متری از سطح زمین با زاویه  $30^\circ$  درجه پرتاب می شود. محاسبه کنید این موشک بعد از اینکه

۲۰۰۰ متر با این زاویه حرکت کند به چه ارتفاعی از سطح زمین می رسد؟ (۱.۲۵)



$$\sin 30^\circ = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{2000} = \frac{1}{2} \rightarrow BC = 1000$$

$$\text{ارتفاع از زمین} = BC + CM = 1000 + 15 = 1015$$

۹- با فرض اینکه  $\sin \alpha = \frac{1}{5}$  و  $\alpha$  زاویه ای در ربع دوم باشد در این صورت سایر نسبت های مثلثاتی زاویه  $\alpha$  را بیابید. (۱.۵)

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \frac{1}{25} + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{24}{25}$$

$$\cos \alpha = \frac{-\sqrt{24}}{5}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{-\sqrt{24}}{5}} = \frac{1}{-\sqrt{24}}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -\sqrt{24}$$

۱۰- درستی رابطه زیر را بررسی کنید. (۱.۲۵)

$$\frac{1 + \tan \theta}{1 + \cot \theta} = \tan \theta$$

$$\frac{1 + \tan \theta}{1 + \cot \theta} = \frac{1 + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{1 + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}} = \frac{\frac{\cos \theta + \sin \theta}{\cos \theta}}{\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta}} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$$

۱۱- طرف دوم عبارات (الف) را به کمک اتحاد بنویسید و در مورد (ب) حاصل را به کمک اتحاد بیابید. (۱.۵)

الف)  $(x + 2y)^3 = (x)^3 + 3(x)^2(2y) + 3(x)(2y)^2 + (2y)^3$   
 $= x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$

ب)  $102 * 99 = (100 + 2)(100 - 1) = (100)^2 + (1)(100) - 2 = 10000 + 100 - 2 = 10098$

۱۲- عبارات های جبری زیر را تجزیه کنید. (به دو مورد از ۳ مورد به دلخواه پاسخ دهید) (۱.۵)

الف)  $a^3 b^6 - 8 = (ab^2 - 2)(a^2 b^4 + 2ab^2 + 4)$

ب)  $x^6 - y^6 = (x^3 - y^3)(x^3 + y^3) = (x - y)(x^2 + xy + y^2)(x + y)(x^2 - xy + y^2)$

ج)  $2x^2 - x - 1 = P$

$2P = 4x^2 - x - 1 \rightarrow 2P = (2x)^2 - 1(2x) - 1 \rightarrow 2P = (2x - 1)(2x + 1) \rightarrow P = (x - 1/2)(2x + 1)$

۱۳- حاصل عبارت زیر را به دست آورید. (۱.۵)

$$\frac{1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{1}{\sqrt[3]{x} - 1} = \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x} + 1}{x - 1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x} - 1} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt{x} + 1}{x - 1}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x} - 1} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1} = \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{x - 1}$$

۱۴- معادله زیر را به روش تجزیه حل کنید. (۱)

$x^2 - x - 20 = 0 \rightarrow (x - 5)(x + 4) = 0$   
 $x = 5$  or  $x = -4$

۱۵- معادله زیر را به روش مربع کامل حل کنید. (۱)

$$x^2 + 4x + 3 = 0 \xrightarrow{\left(\frac{b}{2a}\right)^2} x^2 + 4x + 4 - 1 = 0 \rightarrow (x+2)^2 = 1$$
$$\left\{ \begin{array}{l} x+2=1 \rightarrow x=-1 \checkmark \\ x+2=-1 \rightarrow x=-3 \checkmark \end{array} \right.$$

۱۶- معادله زیر را به روش کلی (دلتا) حل کنید. (۱)

$$3x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = 4 - 4(3)(-5) = 64$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 + 8}{6} = 1 \checkmark \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 - 8}{6} = \frac{-10}{6} = \frac{-5}{3} \checkmark \end{array} \right.$$

موفق باشید.

وضع است به راه حل های درست و تشریح مناسب نمره تعلق می گیرد.

۱۴۰۴/۱/۲۳