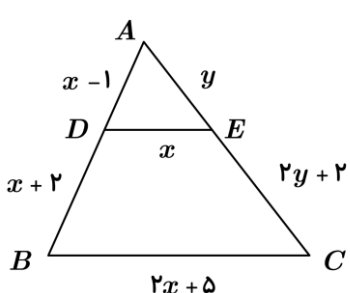
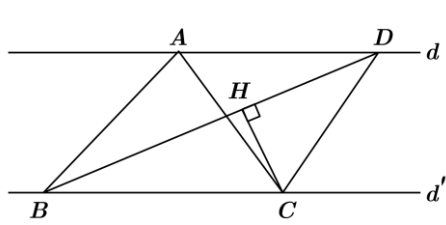




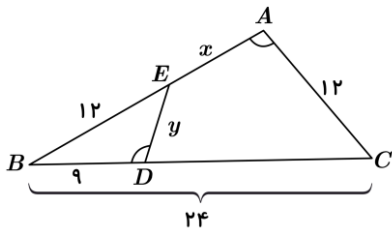
دبیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: سوال و راهنمای تصحیح کلاس: دهم ریاضی موضوع امتحان: هندسه ۱ نام دبیر: استاد محمد کریمی

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱	<p>جاهای خالی را با عبارتهای مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) نقطه همرسی نیمسازهای زوایای داخلی هر مثلث از به یک فاصله است.</p> <p>(ب) در صورتی که یک قضیه و عکس آن هر دو درست باشند، آن را می‌نامیم.</p> <p>(ج) در هر مثلث قائم‌الزاویه، حاصل ضرب دو ضلع زاویه قائمه برابر است با حاصل ضرب وتر در</p> <p>(د) نسبت اندازه‌های اضلاع نظیر هم در دو مثلث متشابه را دو مثلث می‌گوییم.</p>	۱
۱	<p>درستی یا نادرستی جملات زیر را تعیین کنید.</p> <p>(الف) استدلالی که در آن از جزء به کل می‌رسیم، استدلال استنتاجی نامیده می‌شود.</p> <p>(ب) در هر مثلث، نسبت اندازه‌های هر دو ضلع، با عکس نسبت ارتفاع‌های وارد بر آنها برابر است.</p> <p>(ج) فاصله محل برخورد میانه‌های هر مثلث از هر رأس، $\frac{1}{3}$ اندازه میانه نظیر آن رأس است.</p> <p>(د) دو صفحه عمود بر یک خط، همواره با هم موازی‌اند.</p>	۲
۱/۵	<p>روش رسم خط عمود بر یک خط از نقطه‌ای غیر واقع بر آن را توضیح دهید. (با رسم شکل)</p>	۳
۱/۵	<p>ثابت کنید ارتفاع‌های هر مثلث، هم‌رس هستند.</p>	۴
۱	<p>نسبت مساحت‌های دو هفت‌ضلعی متشابه برابر $\frac{۴۹}{۸۱}$ است. اگر محیط یکی از این دو هفت‌ضلعی ۱۸ باشد، محیط هفت‌ضلعی دیگر چقدر است؟</p>	۵
۱/۵	<p>در شکل مقابل $DE \parallel BC$ است. مقادیر x و y را بیابید.</p> 	۶
۱	<p>در شکل زیر $d \parallel d'$ و $AB = AC$ است. اگر $BD = ۲۰$، $CH = ۴٫۸$ و $BC = ۱۶$ باشد، طول پاره خط AB را به دست آورید.</p> 	۷
۱/۵	<p>ثابت کنید اگر در یک چهارضلعی، ضلع‌های مقابل دوه‌دو هم‌اندازه باشند، چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.</p>	۸

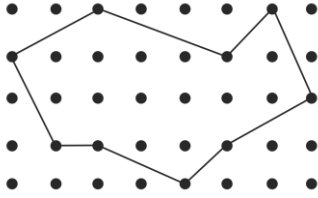
در شکل زیر $\hat{A} = \hat{BDE}$ است. مقادیر x و y را به دست آورید.



۱/۵

۹

با توجه به مساحت چندضلعی‌های شبکه‌ای، مساحت شکل زیر را محاسبه کنید.



۱

۱۰

ثابت کنید در هر مثلث قائم‌الزاویه، اندازه میانه وارد بر وتر، نصف اندازه وتر است.

۱/۵

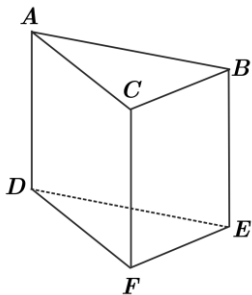
۱۱

در یک دوزنقه متساوی‌الساقین طول قاعده‌ها ۴ و ۱۲ و طول ارتفاع وارد بر قاعده ۴ است. طول هر قطر این دوزنقه چقدر است؟

۱/۵

۱۲

منشور سه‌پهلوی روبه‌رو را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.



۱/۵

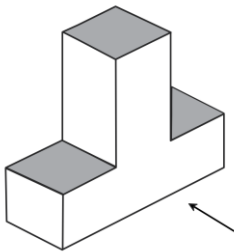
۱۳

یک خط متناظر با CF نام ببرید.

یک خط موازی با CF نام ببرید.

دو صفحه موازی نام ببرید.

در شکل مقابل نمای بالا، روبه‌رو و سمت چپ را رسم کنید.



۱/۵

۱۴

صفحه P کره‌ای به مرکز O و شعاع ۶ سانتی‌متر را قطع کرده است. اگر فاصله نقطه O از صفحه P ، ۴ سانتی‌متر باشد، مساحت این سطح مقطع چقدر است؟

۱/۵

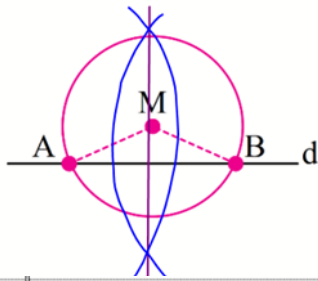
۱۵

موفق باشید

جاهای خالی را با عبارتهای مناسب پر کنید.
 الف) نقطه هم‌رسی نیمسازهای زوایای داخلی هر مثلث از اضلاع به یک فاصله است.
 ب) در صورتی که یک قضیه و عکس آن هر دو درست باشند، آن را قضیه دوسری می‌نامیم.
 ج) در هر مثلث قائم‌الزاویه، حاصل ضرب دو ضلع زاویه قائمه برابر است با حاصل ضرب وتر در ارتفاع وارد بر وتر.
 د) نسبت اندازه‌های اضلاع نظیر هم در دو مثلث متشابه را نسبت متساویه دو مثلث می‌گوییم.

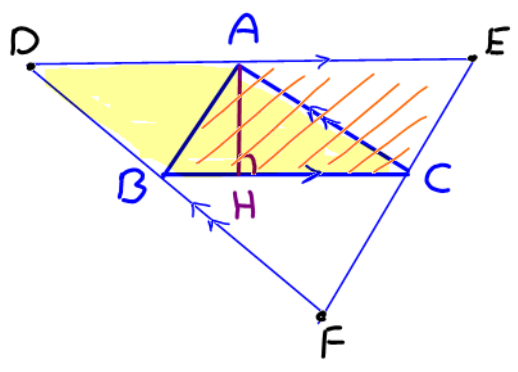
درستی یا نادرستی جملات زیر را تعیین کنید.
 الف) استدلالی که در آن از جزء به کل می‌رسیم، استدلال استنتاجی نامیده می‌شود. غ
 ب) در هر مثلث، نسبت اندازه‌های هر دو ضلع، با عکس نسبت ارتفاع‌های وارد بر آنها برابر است. ص
 ج) فاصله محل برخورد میان‌های هر مثلث از هر رأس، $\frac{1}{3}$ اندازه میانه نظیر آن رأس است. غ
 د) دو صفحه عمود بر یک خط، همواره با هم موازی‌اند. ص

روش رسم خط عمود بر یک خط از نقطه‌ای غیر واقع بر آن را توضیح دهید. (با رسم شکل)



ابتدا به مرکز M کمانی رسم می‌کنیم تا خط d را در دو نقطه A و B قطع کند سپس عمود منصف AB را رسم می‌کنیم.

ثابت کنید ارتفاع‌های هر مثلث، هم‌رس هستند.



برای اثبات این قضیه کافی است ثابت کنیم ارتفاع‌های مثلث ABC همان عمود منصف‌های مثلث DEF می‌باشند.

$$DE \parallel BC, AH \perp BC \rightarrow AH \perp DE$$

$$AD = BC \leftarrow \text{مترای الاضلاع است}$$

$$AE = BC \leftarrow \text{" " " " AECB}$$

$$\boxed{AD = AE}$$

نتیجه می‌گیریم AH عمود منصف DE است پس در اضلاع دیگر هم ارتفاع ABC همان عمود منصف DEF می‌باشند و چون هر دو نیم عمود منصف‌ها هم‌رسند پس ارتفاع‌ها نیز هم‌رسند.

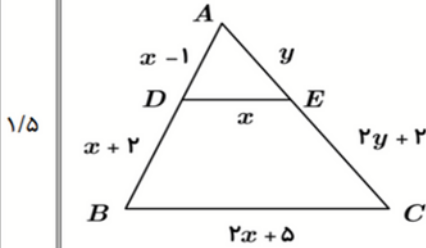
نسبت مساحت‌های دو هفت‌ضلعی متشابه برابر $\frac{49}{81}$ است. اگر محیط یکی از این دو هفت‌ضلعی ۱۸ باشد، محیط هفت‌ضلعی دیگر چقدر است؟

$$K^2 = \frac{49}{81} \rightarrow K = \frac{7}{9} \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{7}{9}$$

حالت اول $P_1 = 18 \Rightarrow \frac{18}{P_2} = \frac{7}{9} \Rightarrow P_2 = \frac{147}{7}$

حالت دوم $P_2 = 18 \Rightarrow \frac{P_1}{18} = \frac{7}{9} \Rightarrow P_1 = 14$

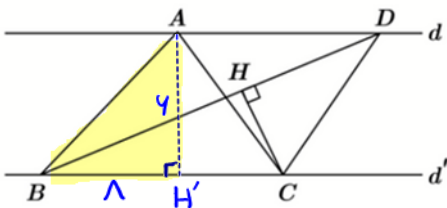
در شکل مقابل $DE \parallel BC$ است. مقادیر x و y را بیابید.



$DE \parallel BC$ ^{تناسب} $\Rightarrow \frac{x-1}{2x+1} = \frac{x}{2x+5} \Rightarrow \cancel{2x^2} + x = \cancel{2x^2} + 5x - 2x - 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$

$DE \parallel BC$ ^{تناسب} $\Rightarrow \frac{3/2}{9/2} = \frac{y}{2y+2} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{y}{2y+2} \Rightarrow y = 2$

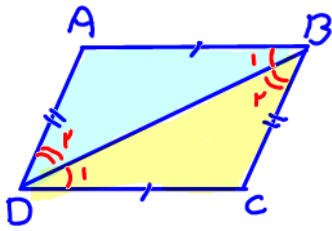
در شکل زیر $d \parallel d'$ و $AB = AC$ است. اگر $BD = 20$ ، $CH = 4,8$ و $BC = 16$ باشد، طول پاره‌خط AB را به دست آورید.



$$S_{ABC} = S_{BCD} \Rightarrow \frac{1}{2} \times 16 \times AH' = \frac{1}{2} \times 20 \times 4,8 \Rightarrow AH' = 6$$

$$AB^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow AB = 10$$

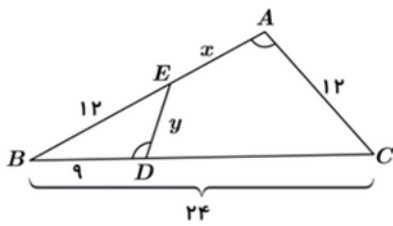
فرض: $AB=CD$ و $AD=BC$ حکم $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است.



$$\begin{cases} AB=CD \\ AD=BC \\ BD=BD \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرفیف}} \triangle ABD \cong \triangle CBD \rightarrow \begin{cases} \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \rightarrow AB \parallel CD \\ \hat{B}_2 = \hat{D}_2 \rightarrow AD \parallel BC \end{cases}$$

پس چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.

۱/۵

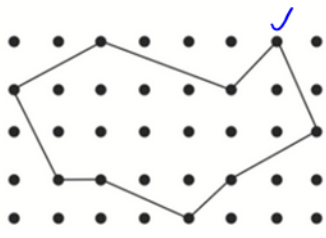


در شکل زیر $\hat{A} = \hat{BDE}$ است. مقادیر x و y را به دست آورید.

۹

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{BDE} \\ \hat{B} = \hat{B} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle BDE \Rightarrow \frac{12}{24} = \frac{y}{12} = \frac{9}{12+x} \quad \boxed{y=4}, \quad \boxed{x=4}$$

۱



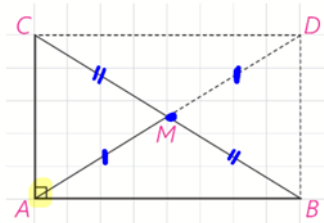
با توجه به مساحت چندضلعی‌های شبکه‌ای، مساحت شکل زیر را محاسبه کنید.

۱۰

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow S = \frac{9}{2} + 13 - 1 \Rightarrow \boxed{S = 14,5}$$

۱/۵

ثابت کنید در هر مثلث قائم‌الزاویه، اندازه میانه وارد بر وتر، نصف اندازه وتر است. ۱۱



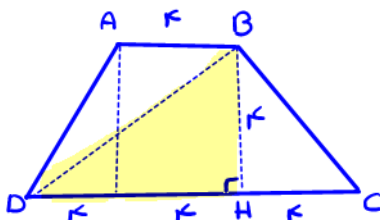
ابتدا AM را به اندازه خودش امتداد می‌دهیم. متوازی‌الاضلاع $ABDC$ متوازی‌الاضلاع است

چون قطرهای هم‌بزرگ را نصف کرده‌اند. هر متوازی‌الاضلعی که یک زاویه قائمه داشته باشد مستطیل است.

در مستطیل قطرهای باهم برابرند بنابراین $AM = \frac{BC}{2}$

۱/۵

در یک دوزنقه متساوی‌الساقین طول قاعده‌ها ۴ و ۱۲ و طول ارتفاع وارد بر قاعده ۴ است. طول هر قطر این دوزنقه چقدر است؟ ۱۲



$$BH^2 + DH^2 = DB^2 \Rightarrow k^2 + 8^2 = DB^2 \Rightarrow \boxed{DB = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}}$$

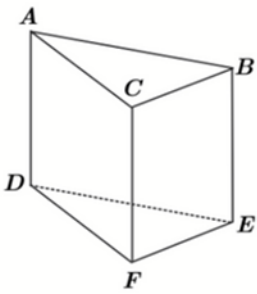
منشور سه‌پهلوی روبه‌رو را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.

یک خط متناظر با CF نام ببرید. $DE \perp AB$

یک خط موازی با CF نام ببرید. $AD \perp BE$

دو صفحه موازی نام ببرید. DEF, ABC

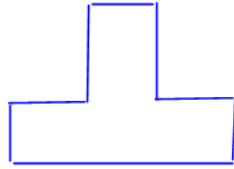
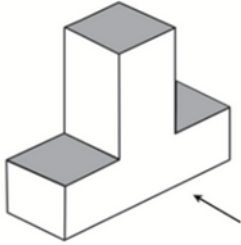
۱/۵



۱۳

در شکل مقابل نمای بالا، روبه‌رو و سمت چپ را رسم کنید.

۱/۵



اوپرو



سمت چپ



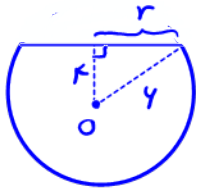
بالا

۱۴

۱/۵

صفحه P کره‌ای به مرکز O و شعاع ۶ سانتی‌متر را قطع کرده است. اگر فاصله نقطه O از صفحه P ، ۴ سانتی‌متر باشد، مساحت این سطح مقطع چقدر است؟

۱۵



$$r^2 + 4^2 = 6^2 \rightarrow r^2 = 20$$

\Rightarrow

$$S = \pi r^2 = 20\pi$$