



دبیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: **سوال و راهنمای تصحیح** کلاس: **دهم ریاضی و تجربی** موضوع امتحان: **ریاضی ۱** نام دبیر: **استاد ناصری**

۱- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. (۱)

الف) دنباله‌ای وجود دارد که هم حسابی باشد و هم هندسی. **ص**

ب) تانژانت زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور Xها می‌سازد همان شیب خط است. **ص**

ج) اعداد مثبت دو ریشه سوم دارند که قرینه یکدیگرند. **غ**

د) اگر تقعر یک سهمی رو به بالا باشد در این صورت ماکسیمم در راس سهمی اتفاق می‌افتد. **غ**

۲- جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. (۱)

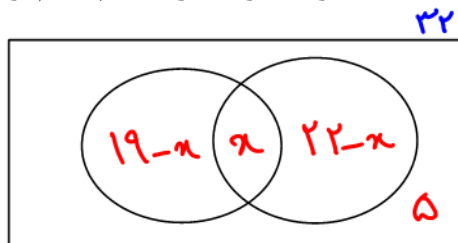
الف) نمودار تابع همانی نیم‌ساز ربع **اول** و **سوم** می‌باشد.

ب) مقدار عددی $0! - 1!$ برابر است با **صفر**.

ج) تعداد اعضای فضای نمونه مربوط به فرزندان یک خانواده ۴ فرزند با **۲ = ۱۶** برابر است.

۳- در یک کلاس ۳۲ نفری ۱۹ نفر به درس ریاضی و ۲۲ نفر به درس فیزیک علاقه دارند. اگر ۵ نفر به هیچکدام از این

دروس علاقه نداشته باشند؛ در این صورت مطلوب است: (۱)



الف) چند نفر به هر دو درس علاقه دارند؟

ب) چند نفر فقط به درس ریاضی علاقه دارند؟

$$19 - x + x + 22 - x + 5 = 32 \rightarrow 44 - x = 32 \rightarrow x = 12$$

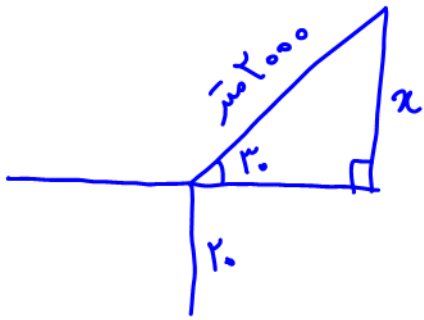
$$19 - 12 = 7 \text{ (ب)}$$

۴- در یک دنباله حسابی مجموع دو جمله اول برابر ۵ است اگر جمله پنجم برابر ۱۳ باشد در این صورت این دنباله را

مشخص کنید. (۱)

$$\begin{aligned} a_1 + a_1 + d &= 5 \\ a_1 + 4d &= 13 \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} 2a_1 + d = 5 \\ a_1 + 4d = 13 \\ -2a_1 - 8d = -24 \\ -7d = -21 \\ d = 3 \end{cases} \rightarrow \underline{a_1 = 1} \quad \underline{d = 3}$$

۵- یک موشک از روی یک سکوی پرتاب موشک به فاصله ۲۰ متری از سطح زمین و با زاویه ۳۰ درجه پرتاب می شود وقتی موشک ۲۰۰۰ متر را با همین زاویه می پیماید به چه فاصله ای از سطح زمین می رسد. (۱)



$$\sin 30^\circ = \frac{x}{2000} = \frac{1}{2} \rightarrow x = 1000 \text{ متر}$$

$$\text{متر جواب} = 1000 + 20 = 1020$$

۶- درستی رابطه ی زیر را بررسی کنید. (۰.۷۵)

$$\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 + \cot^2 \theta} = \tan^2 \theta \rightarrow \frac{\frac{1}{\cos^2 \theta}}{\frac{1}{\sin^2 \theta}} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \tan^2 \theta$$

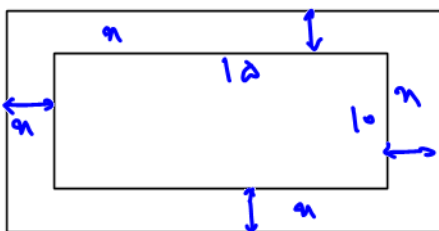
۷- مخرج کسر زیر را گویا کنید. (۱)

$$\frac{3}{1 + \sqrt[3]{x}} \times \frac{1 - \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2}}{1 - \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2}} = \frac{3 - \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2}}{1 + x}$$

۸- عبارت زیر را تجزیه کنید. (۰.۷۵)

$$x^4 - y^4 = (x^2 + y^2)(x^2 - y^2) = (x^2 + y^2)(x - y)(x + y)$$

۹- یک عکس با ابعاد ۱۰ در ۱۵ سانتی متر درون یک قاب با مساحت ۳۰۰ سانتی متر مربع قرار گرفته است. اگر فاصله ی همه لبه های عکس تا قاب برابر باشد ابعاد قاب عکس را تعیین کنید. (۱.۵)



$$(10 + 2x)(15 + 2x) = 300$$

$$150 + 20x + 30x + 4x^2 = 300$$

$$4x^2 + 50x - 150 = 0$$

$$\Delta = 4900 \quad x_1 = \frac{50}{4} \sqrt{\quad} \quad x_2 = -12.5$$

$$\text{طول} = 20$$

$$\text{عرض} = 15$$

۱۰- اگر معادله خط تقارن سهمی $y = ax^2 + 4x - 2$ به صورت $x = -2$ باشد در این صورت ابتدا مقدار a و سپس عرض راس سهمی را تعیین کنید. (۱)

$$x = x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2a} = -2 \rightarrow \underline{a=1}$$

$$y_s = 4 - 8 - 2 = -6$$

۱۱- نامعادله زیر را حل کنید. (۱.۲۵)

$$P = \frac{4 - 2x}{x^2 - 5x + 4} \leq 0$$

$\rightarrow x=2$
 $\rightarrow x=4$
 $\rightarrow x=1$
 $(x-4)(x-1)$

x	$-\infty$	1	2	4	$+\infty$
$\varepsilon - 2x$	+	+	0	-	-
$x^2 - 5x + 4$	+	0	-	0	+
P	+	-	0	-	-

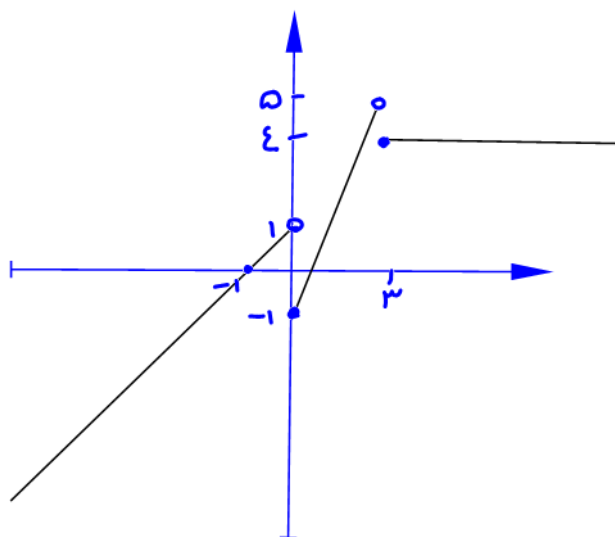
$$C: P = (1, 2] \cup (4, +\infty)$$

۱۲- با فرض اینکه f تابع همانی و g تابع ثابت باشد به طوری که $g(-1) = 2$ در این صورت مقدار عددی عبارت زیر را محاسبه کنید. (۱)

$$\frac{f(10) - 3g(1)}{g(2) + 3f(1)} = \frac{10 - 3 \times 2}{2 + 3 \times 1} = \frac{4}{5}$$

۱۳- نمودار تابع زیر را رسم کنید، سپس دامنه و برد آن را تعیین کنید. (۱.۵)

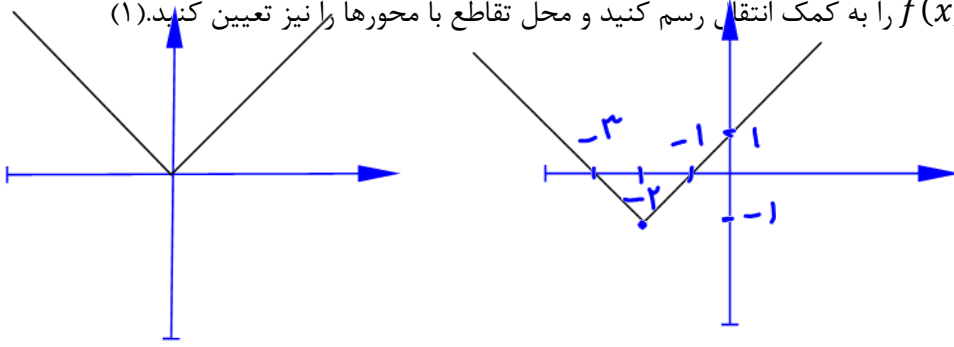
$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x < 0 \\ 2x-1 & 0 \leq x < 3 \\ 4 & x \geq 3 \end{cases}$$



$$D_f = (-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$$

$$R_f = (-\infty, \infty)$$

۱۴- نمودار تابع $f(x) = |x + 2| - 1$ را به کمک انتقال رسم کنید و محل تقاطع با محورها را نیز تعیین کنید. (۱)



۱۵- با حروف کلمه <جهانگردی> چند کلمه ۸ حرفی بدون توجه به معنا و بدون تکرار حروف می توان نوشت به طوریکه: (۱.۲۵)

$$۳ \times ۷!$$

الف) با حرف نقطه دار آغاز شود.

$$۵! \times ۴!$$

ب) حروف کلمه <نگرد> کنار هم باشد.

۱۶- از میان ۴ دهمی و ۳ یازدهمی تیمی ۳ نفره انتخاب می کنیم این کار به چند طریق امکان پذیر است اگر: (۱.۵)

الف) حداقل دو دهمی انتخاب شود؟
$$\binom{4}{2} \binom{3}{1} + \binom{4}{3} = ۶ \times ۳ + ۴ = ۲۲$$

ب) یازدهمی انتخاب نشود؟
$$\binom{4}{3} = ۴$$

$$n(S) = ۷!$$

۱۷- ۲ برادر به همراه ۵ نفر دیگر در یک صف قرار می گیرند چقدر احتمال دارد که: (۱.۵)

الف) یکی از برادران در ابتدای صف و دیگری در انتهای صف باشد؟
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲ \times ۵!}{۷!} = \frac{۱}{۲۱}$$

ب) دو برادر کنار یکدیگر نباشند؟

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۵ \times ۲!}{۷!} = \frac{۵}{۷}$$

$$n(B) = ۷! - ۲ \times ۶! = ۵ \times ۶!$$

کندهم بماند - کن

۱۸- نوع متغیرهای زیر را تعیین کنید. (۱)

الف) سطح ریاضیات دانش آموزان (بد- متوسط- خوب) **لفظ ترتیبی**
 ب) تعداد امتحانات باقی مانده در پایه دهم **کمرسته**
با آرزوی بهترین!

الف) سطح ریاضیات دانش آموزان (بد- متوسط- خوب) **لفظ ترتیبی**
 ب) تعداد امتحانات باقی مانده در پایه دهم **کمرسته**
با آرزوی بهترین!

نام و نام خانوادگی مصحح:

نام و نام خانوادگی تجدید نظر کننده:

نمره ورقه به عدد:

محل امضا

محل امضا

نمره ورقه به حروف: