



دبیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: **سوال و راهنمای تصحیح** کلاس: **یازدهم ریاضی** موضوع امتحان: **آمار و احتمال** نام دبیر: **استاد ناصری**

۱- درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (۱)

الف) گزاره یک جمله خبری است که ارزش آن درست یا نادرست می باشد. **ص**

ب) اگر دو پیشامد باهم رخ ندهند آنها را دو پیشامد ناسازگار می نامند. **ص**

ج) اگر تمام داده ها را در عددی ضرب کنیم واریانس نیز در همان عدد ضرب می شود. **در بیان دوم آن عدد ضرب می شود**

د) مجموع تمام واحدهای آماری را جامعه آماری می نامند. **ص**

۲- جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. (۱.۲۵)

الف) به گزاره ای که در تمام حالات منطقی درست باشد گزاره **ایستلو** می گویند.

ب) به هر عضو فضای نمونه یک **بزرگ** می گویند.

پ) شناختن جامعه نامعلوم، با استفاده از نمونه های جمع آوری شده معلوم را علم **اکمار** می نامند.

ج) اگر یک روش نمونه گیری از یک روش ایده آل فاصله بگیرد و به سمت خاصی منحرف شود به آن نمونه گیری **اریب** می گویند. (اریب-نااریب)

د) در نمودار جعبه ای **۷۵٪** درصد داده ها کمتر از چارک سوم هستند.

۳- جدول ارزش گزاره مرکب زیر را بنویسید. (۱.۲۵)

$(p \wedge q) \vee (p \Rightarrow q)$

p	q	$p \wedge q$	$p \Rightarrow q$	$(p \wedge q) \vee (p \Rightarrow q)$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	ن	د	د
ن	ن	ن	د	د

۴- ابتدا ارزش گزاره زیر را تعیین کنید و سپس نقیض آنرا بنویسید. (۱)

$\forall y \in \mathbb{R}. y^2 + 1 \neq 0$ ارزش درست .

$\neg \rightarrow (\exists y \in \mathbb{R}; y^2 + 1 = 0)$

۵- حکم زیر را به روش جبر مجموعه‌ها ثابت کنید. (۱)

$(A - B) \cup (B \cap A) = A$

$\rightarrow (A \cap B') \cup (B \cap A) = (A \cap B') \cup (A \cap B) = A \cap (B' \cup B) = A \cap U = A$

۶- اگر ۲ عضو از مجموعه‌ی A کم کنیم از تعداد زیر مجموعه‌های آن ۳۸۴ تا کم می‌شود. تعیین کنید مجموعه A چند عضو دارد؟ (۱.۲۵)

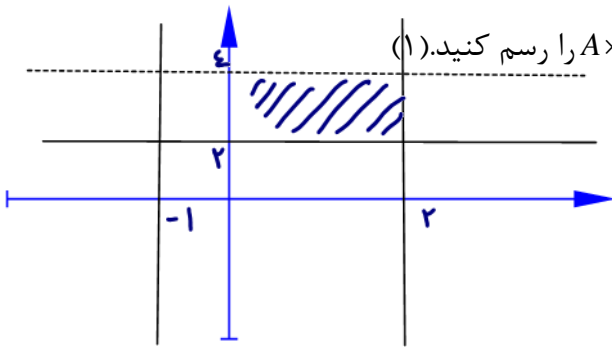
$2^n - 2^{n-2} = 384 \rightarrow 2^{n-2}(2^2 - 1) = 384$

$\frac{2^n - 2^{n-2}}{2^{n-2} \times 2^2}$

$\rightarrow 2^{n-2}(3) = 384 \rightarrow 2^{n-2} = 128$

$n - 2 = 7 \rightarrow n = 9$

۷- اگر $A = [-1, 2], B = [2, 4]$ در این صورت نمودار $A \times B$ را رسم کنید. (۱)



۸- برای دو پیشامد A, B از فضای نمونه S حکم زیر را ثابت کنید. (۱.۲۵)

$p(A' \cup B) - p(A \cap B) = p(A')$

$p(A') + p(B) - p(A' \cap B) - p(A \cap B) = p(A') + p(B) - p(A \cap B) - p(B \cap A)$

$p(A') + p(B - A) - p(B - A) = p(A')$

۹- یک سکه طوری ساخته شده است که احتمال پشت آمدن سه برابر احتمال رو آمدن است. در این صورت تعیین کنید چقدر احتمال دارد در پرتاب یک سکه پشت بیاید؟ (۱.۲۵)

$$3x + x = 1$$

$$4x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$P(\text{پشت آمدن}) = 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \checkmark$$

۱۰- یک سکه را پرتاب می کنیم اگر رو بیاید، سه سکه دیگر را پرتاب می کنیم در این آزمایش تصادفی چقدر احتمال دارد دقیقاً یک سکه پشت بیاید. (۱.۵)

$$P(\text{دقیقاً یک سکه پشت}) = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) \times 3 = \frac{1}{2} + \frac{3}{16} = \frac{11}{16} \checkmark$$

۱۱- احتمال موفقیت عمل پیوند کلیه برای یک بیمار ۰.۸ و برای بیمار دیگر ۰.۶ می باشد. اگر این عمل روی این دو بیمار انجام شود مطلوب است احتمال اینکه: (۱.۵) **بیمار دستقل اند.**

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

(الف) روی حداقل یکی از آنها موفقیت آمیز باشد.

$$P(A \cup B) = 0.8 + 0.6 - (0.8 \times 0.6) = 1.4 - 0.48 = 0.92 \checkmark$$

(ب) فقط روی بیمار دوم موفقیت آمیز باشد.

$$\text{ب) } P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = 0.6 - 0.48 = 0.12 \checkmark$$

۱۲- اگر $p(A) = \frac{3}{10}$, $p(B) = \frac{1}{2}$, $p(A|B) = \frac{2}{5}$ در این صورت مقدار عددی $p(A \cup B)$ را حساب کنید. (۱)

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \rightarrow \frac{2}{5} = \frac{P(A \cap B)}{\frac{1}{2}} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{5}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cup B) = \frac{3}{10} + \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10} + \frac{5}{10} - \frac{2}{10} = \frac{4}{10} \checkmark$$

۱۳- برای داده‌های ۱ و ۳ و ۵ و ۷ واریانس و ضریب تغییرات را به دست آورید. (۱.۵)

$$\bar{x} = 4$$

$$s^2 = \frac{(1-4)^2 + (3-4)^2 + (5-4)^2 + (7-4)^2}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

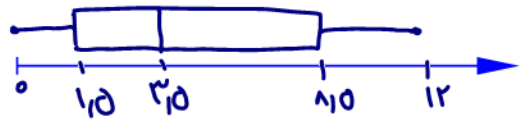
$$s = \sqrt{5}$$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

۱۴- برای داده‌های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۲ و ۰ چارک اول و سوم و میانه را بیابید سپس نمودار جعبه‌ای آنرا رسم کنید. (۱.۵)

۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۲

$Q_1 = 1.5$ $Q_2 = 3.5$ $Q_3 = 8.5$



۱۵- نمونه‌گیری سیستماتیک را توضیح دهید و یک مثال بزنید. (۱.۵) نوع روش نمونه‌گیری طبقه‌ای است که اندازه طبقه‌ای

باصم برابر است و فقط از طبقه‌ی اول و تعدادی به تصادف انتخاب می‌شود و باین در این کار از دایره‌ی طبقه‌ای انجام می‌پذیرد.

مثال) از ایستگاه ۱-۵۰۰ م فواصل ۵ م انتخاب کنیم ایستگاه ۵ دسته‌های مساوی تقسیم می‌کنیم. به عنوان مثال دسته اول عدد ۲۰ به طور تصادفی ۵۰۰-۱۰۰، ۶۰۰-۳۰۰، ۳۰۰-۲۰۰، ۲۰۰-۱۰۱ و ۱۰۰-۱ انتخاب می‌شود و از مجموع دسته‌ها نتیجه ۲۰۰، ۴۲۰، ۳۲۰، ۲۲۰، ۱۲۰ و ۲۰ می‌شود.

۱۶- در یک دانشگاه، میانگین سن یک نمونه تصادفی ۲۵ نفره از دانشجویان برابر ۲۲ سال است اگر در بررسی‌های گذشته، انحراف معیار سن دانشجویان این دانشگاه برابر ۲ سال باشد، بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین سن جامعه دانشجویان

این دانشگاه را محاسبه کنید. (۱.۲۵)

$$\bar{x} - \frac{z_{\alpha/2} \cdot s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + \frac{z_{\alpha/2} \cdot s}{\sqrt{n}}$$

$$22 - \frac{2 \times 2}{5} < \mu < 22 + \frac{2 \times 2}{5}$$

$$21.2 < \mu < 22.8$$

با نزدیکی بهترین ها.

نام و نام خانوادگی مصحح:

نام و نام خانوادگی تجدید نظر کننده:

نمره ورقه به عدد:

محل امضا

محل امضا

نمره ورقه به حروف: